

目次

1	主題について	1
2	授業研究	3
	(1) 小学校における授業研究	
	【授業研究1】小学校第3学年「三角形と角」における数学的な思考力・表現力をは ぐくむ算数科の学習指導	3
	三角形を弁別する観点を説明し伝え合う活動を通して	
	【授業研究2】小学校第6学年「単位量あたりの大きさ」における数学的な思考力・ 表現力をはぐくむ算数科の学習指導	9
	速さを比べる方法を考え、言葉や数、式、図などで表し、説明し伝 え合う活動を通して	
	(2) 中学校における授業研究	
	【授業研究3】中学校第2学年「一次関数」における数学的な思考力・表現力をはぐ くむ数学科の学習指導	15
	「グラフからわかること」を説明し伝え合う活動を通して	
	【授業研究4】中学校第2学年「連立方程式」における数学的な思考力・表現力をは ぐくむ数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導	21
	既習事項を活用し身近にある課題の解決方法を説明し伝え合う活動 を通して	
	(3) 高等学校における授業研究	
	【授業研究5】高等学校第3学年数学C「式と曲線」における 数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導	27
	オリガミクスを用いて放物線の特徴をとらえ説明し伝え合う活動 を通して	
3	研究のまとめ	35

算数・数学科研究主題

数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数・数科学習指導 - 説明し伝え合う活動の充実を図る授業づくりを通して -

1 主題について

(1) 算数・数学科の目標について

算数・数学科の目標は、平成20年1月の中央教育審議会答申（以下、答申と示す。）の改善の基本方針を踏まえ、次のように示された。

「小学校算数科」 平成20年3月

算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。

「中学校数学科」 平成20年3月

数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

「高等学校数学科」 平成21年3月

数学的活動を通して、数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め、事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。

下線のように「算数的活動・数学的活動を通して」の部分を出して目標全体に関係させることで、算数的活動・数学的活動を一層重視する意図を示し、波下線のように「考える・考察する（能力）」に「表現する（能力）」を加えることによって、小学校算数科、中学校数学科、高等学校数学科の目標の一貫性を図っている。

(2) 改善の基本方針について

答申の改善の基本方針において、「算数的活動・数学的活動」と「数学的な思考力・表現力」については、次のように示している。

算数・数学科の改善の基本方針（抜粋）

小・中・高等学校を通じて、発達の段階に応じ、算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を

育て、学ぶ意欲を高めるようにする。

数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。

算数的活動・数学的活動を生かした指導を一層充実し、また、言語活動や体験活動を重視した指導が行われるようにするために、小・中学校では各学年の内容において算数的活動・数学的活動を具体的に示すようにする。

本研究では、改善の基本方針を踏まえるとともに、全国的な調査の結果などから、自分の考えたことを説明することに課題が見られることから、自分の考えを説明し伝え合う言語活動を中心とした算数的活動・数学的活動の充実を図る授業づくりを通して、数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数・数学科学習指導について、実践的な研究を行う。

(3) 研究の基本方針

算数的活動・数学的活動とは、児童・生徒が目的意識をもって主体的に取り組む算数・数学にかかわりのある様々な活動を意味しており、類型化すると、数や図形の性質などを見いだす活動、算数・数学を利用する活動、説明し伝え合う活動などが挙げられる。

説明し伝え合う活動は、数や図形の性質などを見いだす活動や算数・数学を利用する活動を支える活動でもある。算数的活動・数学的活動の過程では、何を考え、どのように感じているのか、自分自身と向き合わなければならない。自分自身の言葉で着想や思考を表すことにより、自分の考えを再認識することができる。こうして言語で表されたものは、自分の考えを見つめ直す反省的思考を生み出し、さらに研ぎ澄まされたものとなっていく。この自己内対話の過程は、他者とのコミュニケーションによって一層促進され、考えを質的に高める可能性を広げてくれる。説明し伝え合う活動における他者とのかかわりは、一人では気付かなかった新しい視点をもたらす、理由などを問われることは根拠を明らかにし、それに基づいて筋道を立てて説明する必要性を生み出す。

このように、説明し伝え合う活動は、数学的な思考力・表現力の質的な充実をもたらすと考える。

(4) 主題に迫るために

ア 活動のねらいや指導計画における活動の位置付けを明確にする。

イ 前提となる学習指導との関連付けを図るとともに、多様な児童・生徒への対応を配慮した活動の場を工夫する。

この2点を踏まえ、発達の段階に応じて具体的な手立てを講じた授業研究を行う。

2 授業研究

小学校における授業研究

【授業研究1】

小学校第3学年「三角形と角」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数科の学習指導

- 三角形を弁別する観点を説明し伝え合う活動を通して -

1 単元 三角形と角

2 単元の目標

二等辺三角形や正三角形について、辺や角の大きさに着目して、調べようとする。

(算数への関心・意欲・態度)

二等辺三角形や正三角形の定義に基づいて作図の仕方を考えたり、角についての特徴を見いだしたりすることができる。

(数学的な考え方)

「二等辺三角形」や「正三角形」の用語とそれらの定義や性質を理解し、弁別したり作図したりすることができる。

(数量や図形についての表現・処理)

三角形に関連して、「角」の用語とその概念及び角の大小、相等について理解するとともに、形も大きさも同じ二等辺三角形や正三角形をしきつめた模様の中に、いろいろな形があることを理解する。

(数量や図形についての知識・理解)

3 単元の指導について

(1) 教材について

児童は、第2学年で一般的な三角形の定義を学習し、第3学年では「直角三角形」の用語と定義を理解し、弁別したり作図したりする学習をしている。本単元では、図形を観察したり構成したりする活動を通して、図形の構成要素である辺や角に着目し、三角形についての理解を深めることができるようにする。また、本単元で初めて図形を構成する要素として「角」の用語と、その概念及び角の大小等についても学習する。「二等辺三角形」や「正三角形」を作図したり、紙で作った三角形を折って重ねたりする作業的な活動などを通して、「二等辺三角形」や「正三角形」の角の大きさに関する性質について理解を深めることをねらいとしている。

(2) 児童の実態について(男子11人,女子15人,計26人)

意識実態調査(平成21年9月10日実施 調査人数26人)

調査内容	回答
1 三角形や四角形,円など, 図形の学習は好きですか。	好き 14人
	ふつう 9人
	あまり好きではない 3人

2 弁別してある三角形の特徴を見いだすことができる。	直角三角形（既習） 二等辺三角形 正三角形	正答 15人 （未習）正答 2人 正答 1人
3 直角三角形の作図ができる。	直角三角形（既習）	正答 19人
4 三角形の辺，頂点の意味と数が分かる。	辺の意味 辺の数 頂点の意味 頂点の数	（既習）正答 11人 正答 21人 正答 12人 正答 20人

実態調査の結果から，三角形を構成する辺や頂点の数について理解している児童が多いことが分かる。しかし，それらの意味については，正答が半数以下であり，理解が不十分であることが分かる。直角三角形については，特徴を理解し，弁別したり作図したりできる児童が多い。しかし，未習の二等辺三角形や正三角形では，細長い三角形，太い三角形などの表現で弁別する児童が多く見られた。辺の長さに着目した児童は，わずかである。

そこで，辺の長さに着目して弁別したり，作図したりする活動を通して，二等辺三角形や正三角形の定義や性質についての理解を深めることができるように指導したい。

4 指導計画（9時間扱い）

第1次 いろいろな三角形・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間

時	学習活動	関	考	表	知	観点別評価規準
1	身のまわりにある三角形について話し合ったり，いろいろな大きさや形の三角形をつくったりする。					身のまわりにある様々な三角形の特徴や共通する性質に関心を持ち，進んでいろいろな大きさや形の三角形をつくろうとする。
2 (本時)	自分で考えた観点で，三角形を弁別する。					三角形を辺の長さに着目して弁別し，それぞれの特徴を見いだす。
3	「二等辺三角形」や「正三角形」の用語とその定義を知る。 いろいろな三角形の中から，二等辺三角形，正三角形を見つける。					二等辺三角形や「正三角形」の用語とその定義を理解している。 いろいろな三角形の中から，二等辺三角形，正三角形を弁別することができる。

第2次 二等辺三角形や正三角形のかき方・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

第3次 三角形の角・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

第4次 二等辺三角形や正三角形のしきつめ・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

第5次 学習のまとめ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

5 本時の指導

(1) 目標

三角形の辺の長さに着目して弁別し、それぞれの特徴を見いだすことができる。

(2) 主題に迫る手立て

自分で考えた観点で三角形を弁別する活動を基にして、自分の考えを友達に説明し伝え合う場としてグループ学習を取り入れる。その後、確実に分けられる観点について話し合う活動を通して、思考力、表現力の高まりを図ることができるようにする。また、多様な児童への対応として、役割分担を明確にしたティーム・ティーチングによって、個別指導に当たる。

(3) 準備・資料

弁別に用いる三角形（提示用・グループ用）、ワークシート

(4) 展開

学習活動・内容	指導上の留意点・評価	
	T 1	T 2
1 三角形を見て、気が付いたことを話し合う。	<ul style="list-style-type: none"> 提示された三角形を使い、三角形の定義を確認する。 三角形を観察し、いろいろな大きさや形の三角形があることに気付かせ、本時の課題へつなげる。 	<ul style="list-style-type: none"> 前時に作成した三角形の中から、大きさや形の異なる三角形を提示する。
2 本時の学習課題をつかむ。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">三角形を3つのなかまに分けよう。</div>	<ul style="list-style-type: none"> 自分の考えた観点で、三角形を三つのなかまに分けることを確認する。 自力解決が可能な児童を中心に個別指導にあたる。 	<ul style="list-style-type: none"> どんな分け方があるか、考えのきっかけとなるよう図形を示し、同じ点や違う点を問いながら個別指導する。
3 各自、三角形を三つのなかまに分け、グループ内で説明し伝え合う。 (1) 自分の考えた観点で、三角形を三つのなかまに分ける。 <予想される観点> ・大きさ ・形 ・色 ・辺の長さ (2) グループ内で分け方を説明し合い、自分の分け方を確かめたり、友達の分け方を理解したり	<ul style="list-style-type: none"> どのような観点で分けているか発問することにより、児童自身が観点を明確にできるようにする。 どの三角形にも当てはまる観点か、考えさせながらなかま分けができるようにする。 なかま分けが終わった児童には、分けた結果や観点をワークシートにまと 	<ul style="list-style-type: none"> 分け方を説明できない児童には、どうやって分けたか、活動を振り返る発問をしたり、補足説明を行ったりし、自信をもって取り組むことができるようにする。 分け方を説明するときは、どの観点でなかま分けをしたか、

<p>する。</p> <p>4 なかま分けをした観点について、どんな三角形でも確実に分けられる観点を話し合う。</p> <p>(1) 図形を提示し、どんな観点でなかま分けをしたか確認する。</p> <p>(2) どんな三角形でも、確実に分けられる観点はどれか、話し合う。</p> <p>(3) 「二等辺三角形」や「正三角形」の用語とそれらの定義を知る。</p> <p>5 グループごとに、三角形を辺の長さに着目しながら、三つのなかまに分ける。</p> <p>6 本時の学習のまとめをし、次時の学習内容を知る。</p>	<p>めるよう助言する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・代表児童に、なかま分けをした図形を提示させ、観点は何かを全体で確認する。 ・どんな三角形でも確実に分けられる観点は、大きさや形、色、置かれた位置には関係がないことを図形で確認し、辺の長さに着目させる。 ・「二等辺三角形」や「正三角形」の用語とそれらの定義に触れる程度とする。 <p>評 三角形を辺の長さに着目して弁別し、それぞれの特徴を見いだす。(発言・ワークシート、考え方)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ワークシートに自己評価を記録させ、学習感想を发表し合う場を設け、本時を振り返る。 	<p>図形を示しながら説明するよう助言する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・予想される観点が出なかったときは、なかま分けした結果だけ図形で提示し、話し合いに活用できるようにする。
--	--	---

6 授業研究の成果

(1) 授業の実際

本時は、まず、自分の考えた観点で三角形を三つのなかまに弁別する。次に、弁別した観点や分別の結果について、グループで互いに説明し伝え合う活動を行う。最後に、全体でどんな三角形でも確実に分けられる観点について話し合う。

ア 課題の工夫

児童が自分なりの観点をもって弁別することができるように、本時の課題を「三角形を3つのなかまに分けよう。」とした。児童が三角形の構成要素に関する観点を見いだし、弁別する過程で自分で考えたことを説明する活動につなぐことができたと考える。

イ 具体物の活用

自力解決の場面では、長さの異なる3種類の色棒と粘土玉で作成した三角形の具体物を用いて、自分の考えた観点で三角形を三つのなかまに弁別する活動を行った。児童は、具体物を手にとって、重ねたり、定規で辺の長さを測ったりするなど、操作しながら考えることができた。思考が停滞している児童には、「どんな形があるかな。」「大きさは同じかな。」など、自分なりの観点を意識することができるような言葉かけを行った。

その結果、次のような弁別の観点が見られた。

- ・使われている色で分ける。
- ・平べったい、細長いなど形で分ける。
- ・定規で辺の長さを測り、辺の長さで分ける。
- ・直角がある、ないで分ける。

児童の中には、すぐに弁別することができない児童も見られた。しかし、机の形態を資料1のように、グループの形にして自力解決を行ったことで、他の児童の操作的活動を手がかりにして、自分なりの観点を見いだして弁別を行うことができた。

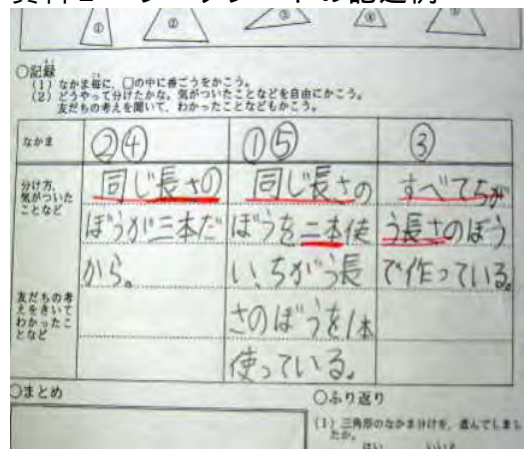
資料1 具体物を用いた自力解決



ウ ワークシートの活用

弁別が終わった児童は、資料2のように、ワークシートに、弁別した観点と弁別の結果、気付いたことを記述するようにした。ワークシートに観点、結果、気付いたことまで記述できた児童は、約半数であった。弁別する活動に時間がかかった児童は、弁別した結果のみの記述であったが、「どうしてそのようななかま分けをしたの。」という自分自身に対する問いになるような助言をすると、自分の考えを自分なりの言葉で表すことができた。

資料2 ワークシートの記述例



エ グループ学習における説明し伝え合う活動

次に、弁別した観点や結果について、資料3のように、グループ内で互いに説明し伝え合う活動を行った。グループは、教師が意図的に編成した。1グループの人数は、3人とし、円滑に活動が進められるよう、中心となる児童を1人置くことにした。

資料3 グループで説明し伝え合う様子



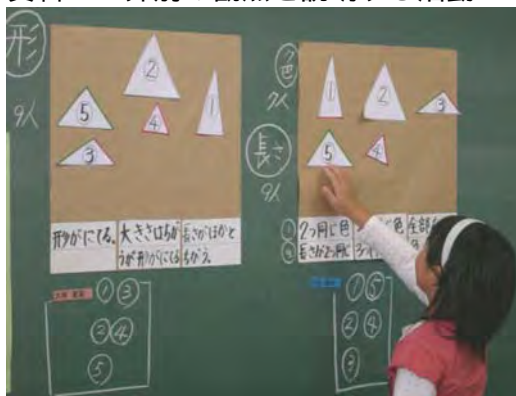
説明し伝え合う活動に入る前に、説明する側、聞く側のポイントを口頭で確認した。説明する児童へは、ワークシートや三角形の具体物を提示しながら、分かりやすく説明することを指導した。聞く側の児童へは、どんな分け方をしたのか、自分と同じところや違うところはどこかに注意して聞くことを指導した。実際の活動では、ほとんどの児童が、ワークシートや三角形の具体物を提示しながら、自分の言葉で説明することができた。弁別した観点を、思うように説明できず、活動が停滞している場合には、主にT2が対応して、分けたときに目をつけたところを、三角形の具体物を用いて他の児童に示すことを促した。すると、児童同士が、互いの考え方を言葉で表し、共有しようとする様子が見られた。

オ 比較検討の場における説明し伝え合う活動

グループで活動した後、どんな三角形でも確実に分けられる観点について、全体で話し合った。まず、数名の代表児童が弁別した結果を提示し、他の児童が観点を読み取る活動を行った。代表児童が弁別した観点について、自分が考えたことを自由に発表させた。この活動によって、代表児童が一方向的に説明して、「いいですか。」「いいです。」という形式的なやりとりに終始してしまいがちな場面を改善し、相手に伝わるように自分の言葉で表すことで、考えや表現の質を高めることができた。

その後、資料4のように、どんな三角形でも確実に分けられる観点について話し合った。話合いの最初の段階では、確実に分けられる観点として、「形、色、長さ」の三つとも大差がなかった。そこで「形」から順に、確実な観点かどうか話し合った。三角形を重ねて辺の長さを確かめた後で、「形は似ているけど、辺の長さが違うので形では分けられない。」という意見が出た。では、「色では。」と問いかけると、反応が少なかったが、「色かな、長さかな。」とつぶやきが聞こえた。そこで、色棒と粘土玉で作った二等辺三角形を提示し、どのなかまに入るか考えさせた。頂点となる粘土玉をはずし、辺となる色棒（同じ長さの色棒を2本、異なる長さの色棒を1本）を示した。児童は、同じ長さの辺が2本あることに気づき始めた。続いて、「色は変わる場合があるから、何で分けたらいいか。」の問いに、「長さ」の声が多く返ってきた。そこで、資料5のように、グループごとに、具体物の三角形を、辺の長さに気を付けて弁別する活動を行った。「わあ、同じ長さだ。」「こっちは、3本同じだよ。」など、辺の長さについて言葉で表現しながら弁別することができた。

資料4 弁別の観点を説明する活動



資料5 辺の長さを確認する様子



(2) 成果

ア 自分で考えた観点で三角形を弁別するという課題を設定したことにより、児童は、多様な観点で考え、自分なりの言葉で表現することができた。

イ 長さの異なる3種類の色棒と粘土玉で作成した三角形の具体物を使ったことにより、自分の考えを言葉に表したり、説明したりする活動を円滑に進めることができた。

ウ グループ内で、互いの考えを説明し伝え合う活動を取り入れたことにより、説明する際は、自分の思考過程を振り返り、考えを整理して言葉に表し、相手に分かりやすく伝えるよい機会となった。また、説明を受ける際には、友達の考えから自分の考えを広め、自分の考えと同じ点や相違点などの気付いたことを言葉や図などで表すことによって、考えや表現の質を高めることができた。

【授業研究2】

小学校第6学年「単位量あたりの大きさ」における数学的な思考力・表現力を
はぐくむ算数科の学習指導

- 速さを比べる方法を考え，言葉や数，式，図などで表し，説明し伝え合う活
動を通して -

1 単元 単位量あたりの大きさ

2 単元の目標

日常生活で感覚的にとらえている速さを，数値化して比べようとする。また，道のりや
時間を求める式を用いて問題を解決しようとする。 (算数への関心・意欲・態度)

速さを比較する方法を，単位量あたりの大きさを求めたり，時間・距離の一方の値を同
じにしたりして考えることができる。 (数学的な考え方)

速さの意味をもとにして，道のりや時間を求め，それぞれを求める式を導くことができ
る。 (数量や図形についての表現・処理)

速さは，道のり÷時間，道のりは，速さ×時間，時間は，道のり÷速さで求められるこ
とを理解する。 (数量や図形についての知識・理解)

3 単元の指導について

(1) 教材について

本単元は，異種の二つの量の割合で表される量についての比べ方や表し方，つまり〔単
位量あたり〕の考え方を学習する。しかし〔単位量あたり〕は，実際に存在する量として
目でとらえるのが困難である。したがって実際に操作し，量を体感することによって数値
化し，具体的にとらえさせていきたい。またその過程において，互いの考えを交流しなが
ら学習内容を深めさせたい。

(2) 児童の実態について(男子14人，女子17人，計31人)

発問に対して自分なりの考えをもとようと努める児童が，4月の調査では18人であったが
7月の調査では24人に増えている。また男女を問わず教え合ったり，説明し伝え合ったり
する姿が見られるなど，意欲的に学習に取り組んでいる。しかし，以前より算数の学習へ
の苦手意識を抱き，課題解決に取りかかれぬ児童もいるのが現状である。

実態調査(平成21年7月16日実施 調査人数31人)

調 査 内 容	正答
・時間(秒，分，時間)の単位の相互関係を理解している。	30人
・長さ(km，m)の単位の相互関係を理解している。	19人
・体積，容積(cm^3 ， m^3 ，?)の単位の相互関係を理解している。	16人
・1に当たる大きさを除法で求めることができる。	27人

調査の結果から，時間などの基本的な単位の相互関係についての知識は身に付いているが，3 km90mを3900mとする誤答や，3200000cm³を32m³とする誤答が目立ち，十分な意味理解をしていない児童がいることが分かる。また，単体量当たりの大きさを求める際に，除法の式を立てることを予想できたとしても，どちらが除数か被除数なのか分からなかったり，商が何を意味するのか，単位は何なのか明瞭でなかったりする児童もいる。そこで，考えたことを言葉や数，式，図などを用いて表現したり，筋道立てて説明し伝え合ったりする活動を取り入れ，単位の相互関係や立式する段階での数値の意味を正しく理解し，生活に活用できる知識や技能を身に付けさせたい。

4 指導計画（11時間扱い）

第1次 単体量あたりの大きさ…………… 5時間

第2次 速さ…………… 5時間

時	学習活動	関	考	表	知	観点別評価規準
1 (本時)	速さを比べる方法について，単体量当たりの大きさなどを用いて考える。					・単体量当たりの大きさをういたり，時間・距離の一方の値を同じにしたりして，速さを比較する方法を考える。
2	速さを求める式を導き，それを適用して問題を解決する。また「時速」，「分速」，「秒速」の用語とそれらの意味を理解する。					・単位時間当たりの道のりを求めて，速さを求める式を導くことができる。 ・「時速」，「分速」，「秒速」の用語とそれらの意味を理解している。
3	数直線や，速さ＝道のり÷時間の式をもとにして，道のりを求める式を導く。					・速さの意味をもとにして，道のりを求める式を筋道立てて考える。 ・道のりは，速さ×時間で求められることを理解している。
4	数直線や，道のり＝速さ×時間の式をもとにして時間を求め，時間を求める式を導く。					・速さの意味をもとにして，時間を求める式を筋道立てて考える。 ・時間は道のり÷速さで求められることを理解している。
5	速さ，道のり，時間のうち，二つの量をもとにして，残った一つの量を求める。					・速さ，道のり，時間の関係を利用して課題を解決しようとする。 ・速さ，道のり，時間のうち，二つの量をもとにして，残った一つの量を求めることができる。

第3次 学習のまとめ…………… 1時間

5 本時の指導

(1) 目標

単位量当たりの大きさをういたり，時間・距離の一方の値を同じにしたりして，速さを比較する方法を考えることができる。

(2) 主題に迫る手立て

課題提示の場面では，V T Rで課題を提示し，黒板で掲示資料を用いて再構成する。解決の見通しをもつ場面で，見通しについての自分の考えを，ペアや全体で説明する活動を取り入れる。自力解決の場面では，説明し伝え合うことを前提として，考えたことを言葉や数，式などを使って相手に分かりやすく表す時間を設ける。ペア学習の場面では，相手の表現を読み取り，相手の考えを説明する他者説明を取り入れる。

(3) 準備・資料

V T R，掲示資料，電卓，ストップウォッチ，発表ボード，学習チェック表

(4) 展開

学習内容・活動	指導上の留意点・評価
<p>1 50m走の様子を記録したV T Rを見て，問題場面を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>50mをY君が8.0秒のタイムで走る。その後，同じコースをT先生が走るが，40m地点でカメラのバッテリーが切れたため最後の結果がわからない。40m地点でのT先生のタイムは7.2秒であった。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・感覚的にとらえている速さについて，実際に比べるには，何が条件として必要なのを確認する。(時間，道のり) ・実際に走る様子を見たり，掲示資料を操作することによって，速さを比較する問題場面を意識できるようにする。 ・学習チェック表を確認することで，本時の学習の見通しをもちながら取り組むことができるようにする。
<p>2 本時の学習課題をつかみ，見通しをもつ。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>T先生は，Y君に勝てるのでしょうか。</p> </div> <p><見通し></p> <p>1秒間あたりに走った道のりを比べる。 1m走るのにかかった時間を比べる。 公倍数を用いて，走った道のりを同じにして時間を比べる。 公倍数を用いて，走った時間を同じにして道のりを比べる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・予想が正しいかどうかを「相手に説明する」にはどうしたらいいのか，見通しをもてるように，比べる数量に着目させる。 ・既習事項との関連を意識しながら，問題解決に取り組めるようにする。 ・実際には走る速さは変化するが，この課題において走る速さは，一定であると考えよう伝える。 ・ストップウォッチで計時することで，それぞれの活動時間を明確にし，時間の見通しをもって課題解決に取り組めるようにする。
<p>3 課題解決を行う。</p> <p>(1) 個人で解決する。</p> <p><予想される反応></p> <p>Y $50(m) \div 8(秒) = 6.25$ 1秒あたり約6.3m T $40(m) \div 7.2(秒) = 5.55 \dots$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ペアで説明し伝え合う活動を行うことを予告し，自分の考えを分かりやすく表現することを意識させる。 ・式のみで表現している児童には言葉や表，数直線，色などを加え，より相手に伝わるようにすることを助言する。

1秒あたり約5.6m

1秒間に走る距離がYの方が長いので速い

Y $8(\text{秒}) \div 50(\text{m}) = 0.16$ 1mあたり0.16秒

T $7.2(\text{秒}) \div 40(\text{m}) = 0.18$ 1mあたり0.18秒

1m走る時間がYの方が短いので速い

YもTも同じ200m走るとすると

Y $8(\text{秒}) \times 4(\text{倍}) = 32\text{秒}$

T $7.2(\text{秒}) \times 5(\text{倍}) = 36\text{秒}$

同じ距離でかかる時間がYの方が短いので速い

YもTも72秒走るとすると

Y $50(\text{m}) \times 9(\text{倍}) = 450\text{m}$

T $40(\text{m}) \times 10(\text{倍}) = 400\text{m}$

同じ時間で進む距離がYの方が長いので速い

(2) ペアで検討する。(ペア学習)

- ・ 解決方法を友達に説明する。
- ・ 疑問点を友達に質問する。
- ・ 質問に答える。
- ・ 友達の説明を聞き、自分の考えと違う点や気付いた点をメモする。
- ・ 互いの考えから、自分の考えに加筆、修正を加え、よりよい方法を見いだす。

4 考え方を発表する。

5 自分の言葉を用いて本時の学習内容のまとめをする。

速さを比べるには、時間や道のりを同じにすればよい。

6 練習問題を解く。

・ や の考え方をを用いている児童には、割りきれないものもあるため、電卓を用いてもよいことを伝える。

・ や の考え方で、かけ算の式が反対になっている児童には、「何を(もとになる量)何倍して比べるのか」と問いかけ、式の修正を行えるようにする。

・ ノートを振り返り、既習事項を生かして考えるよう助言する。

・ 友達の考えが自分に伝わったことを示すことができるように、うなずいたり、「分かったよ」などの言葉を返したりするように助言する。

・ 大切な点や自分の考えに不足している点をメモしながら聞くように助言する。

・ いくつかのペアに、考えを発表ボードにまとめさせ発表の準備をする。その際、友達の表現を読み取り、伝え合うという視点から、ボードに書く児童と発表する児童を替えて、他者説明を取り入れる。

・ 他の発表を聞き、友達の表現を読み取り、共通点を見だし、自分の考えに生かすように助言する。

・ まとめのはじめの言葉を「速さを比べるには」と示すことで、「数値が異なっても時間・距離の一方の値を同じにすれば比較できる」というように児童自身が見いだしたことを的確にまとめ、実感できるようにする。

評 単度量当たりの大きさをういたり、時間・距離の一方の値を同じにして、速さを比較する方法を考える。

(観察・ノート, 数学的な考え方)

・ 他の問題も同様の考え方で解けることを確認する。

6 授業研究の成果

(1) 授業の実際

ア 課題提示の場面

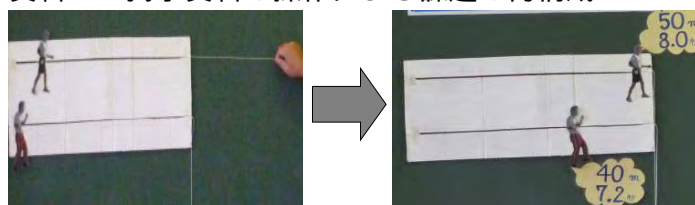
児童は、速さについて直接的に比較したり、感覚的にとらえたりしてきているが、数値化による比較は経験していない。本時は直接的に比較できない場合を想定し、どうしたら速さを比較できるかという課題意識をもたせるようにした。そのため児童にとって身近である50m走の記録を比べる課題を、資料1のようにVTRで提示した。

資料1 VTRによる課題提示



次に、VTRで提示した課題を、再度黒板上に掲示し、その内容を資料2のように再現することで、課題を再構成して明確化を図り、解決の見通しをもたせることにつなげた。

資料2 掲示資料の操作による課題の再構成



イ 解決の見通しをもつ場面

これまで、異種の二つの量の比較はどちらか一方の量をそろえて、他方の量で比較するという考え方を学習してきた。本時も時間(秒)もしくは道のり(m)をそろえて速さを比較するが、そのために見通しをもつ時間を確保した。その後、資料3のように隣の児童とペアになり、互いの見通しについて情報交換した。さらに全体の前で発表する時間を設けたことで、学習の方向性を明らかにしたり、見通しがもてなかった児童にも解決の方向性をもたせたりすることができた。見通しを共有したことで、次の自力解決へ円滑に進むことができた。

資料3 解決の見通しをペアで説明し伝え合う活動

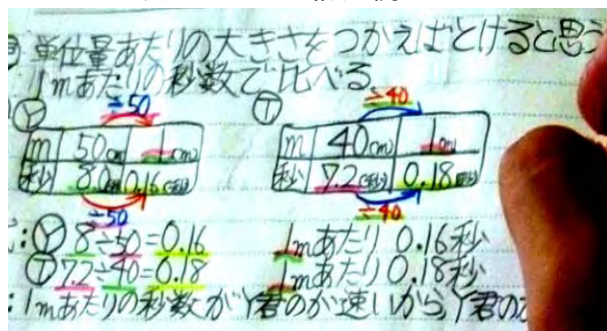


ウ 自力解決の場面

自力解決する際の約束事が二つある。

一つは、時間の見通しをもつことである。授業者は、どうしても一人一人が自分の考えをまとめる時間を十分にとりたいと考えるが、時間の制約はある。そこで解決前に「何分でまとめる」という指示を出し、ストップウォッチで計時した。見通しを共有できているため、その限られた時間の中で自分の考えを書くことができた。もう一つは、相手に説明する意識をもつことである。「自分の考えを相手に伝える」ために、資料4のように、式を示す場合には、言葉や図、表などを関連付けて表現するように指導した。最初から意識して考えをまとめることができる児童もいるが、多くの児童は、まずは答えを導くための式のみで表現している。そこで、自力解決の後に、相手に分かりやすい表

資料4 式と表を関連付ける意識をもって考えを表したノートの記述例



現になるように加筆する時間を設けた。

エ ペア学習の場面

自分の考えを座席の隣の児童に説明し伝え合うペア学習を行った。資料5のように自分のノートを相手に示しながら説明したり、聞く側も疑問点を質問したりすることで、共通点や不備な点に気付き、加筆・修正することができる。その際、ただ単に聞いているだけでは理解の深まりが得られないため、「相手の表現を読み取り、その内容を相手にわって説明することができる。」ことを意識させるようにした。

資料5 ペアで説明し伝え合う活動



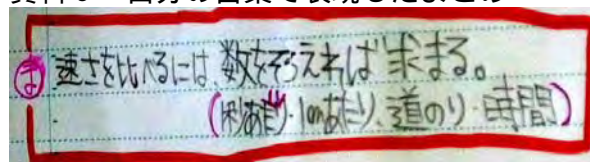
オ 他者説明の場面

全体の前で指名したペアが発表する際に、発表ボードに自分の考えをまとめる児童と、その考えを説明する児童をかえて、他者説明を行った。また発表の準備をしている間に他の児童は互いのノートを交換し、その友達のノートを用いて自分なりの表現で説明する時間を設けた。この他者説明を行うことで、児童自身が相手の表現を読み取り、考えが伝わったかどうかを確認することができた。

カ 学習のまとめを行う場面

児童が「今日はこのことが分かった」と実感することができるように、資料6のように、自分の言葉でまとめを書くようにした。その際、本時のねらいを再度明確にするために、まとめの最初の言葉を「速さを比べるには」のように示し、その続きを書くようにした。児童は、説明し伝え合う活動を通して質を高めてきた自分の考えや表現を、的確にまとめることができるようになってきた。

資料6 自分の言葉で表現したまとめ



キ 学習の流れを確認する場面

児童は、資料7のような学習チェック表を手元に置き、自分が何をすべきかを明確にし、授業の流れを意識しながら取り組むようにした。チェック項目の内容は、「表現し伝え合う活動における求める児童像」を基に、児童が自己評価できるようにした。

資料7 学習チェック表（一部抜粋）

授業の流れ	学習チェック！
自分の考えを伝えるとき	自分の考えを伝えるとき
	友達からの質問に答えることができた。
お互いの考えを伝え合うとき	友達から自分の考えを分かりやすく伝えることを考えながら、説明することができた。
	友達からの質問に答えることができた。
友達の考えを聞き取るとき	友達の考え方の意味を理解しながら聞くことができた。
	大切な点や、自分の考えに不足している点をメモしながら聞くことができた。
	疑問点を友達に質問して、理解することができた。

(2) 成果

ア 見通しをもつ場面やペア学習の場面に説明し伝え合う活動を位置付けたことで、全員が見通しをもち、自分なりの表現で速さを比べる考え方を説明することができた。

イ 自力解決の場面で、相手に説明することを意識させて表現する時間を設けたり、他者説明を取り入れたりしたことで、相手を意識して、自分の考えを言葉や数、式、図などを用いて表現することができた。

【授業研究3】

中学校第2学年「一次関数」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導

- 「グラフからわかること」を説明し伝え合う活動を通して -

1 単元 一次関数

2 単元の目標

一次関数に関心をもち、身のまわりにある問題を一次関数を利用して解決しようとする。
(数学への関心・意欲・態度)

身のまわりにある事象から一次関数の関係を見だし、一次関数を利用して問題を解決する方法を考える。
(数学的な見方や考え方)

与えられた条件から一次関数のグラフをかいたり、直線の式を求めたりすることができる。
(数学的な表現・処理)

一次関数の意味を知り、一次関数の式や表・グラフの特徴を理解する。
(数量、図形などについての知識・理解)

3 単元の指導について

(1) 教材について

新中学校学習指導要領では、現行の「数量関係」の領域が「関数」と改められ、関数関係の重要性を明確に表している。本単元は、中学校第1学年で学習した比例をさらに発展させ、基本的な関数関係の代表的なものとして一次関数を取り上げる。さらに比例が一次関数の特別なものであることに着目させ、関数の特徴についての理解を深めていく。本単元で関数関係や方程式と関数の関係について身に付けた知識や技能・見方や考え方などが、第3学年の二次方程式、2乗に比例する関数、さらに高等学校における二次方程式や二次関数の学習に発展することになるので、とても重要な単元であると考えます。

(2) 生徒の実態について(男子16人, 女子15人, 計31人)

意識実態調査(平成21年9月8日実施 調査人数31人)

調査内容	はい	いいえ	どちらでもない
1 発表するとき、自分の考えを分かりやすく人に伝えようとしていますか。	18人	3人	10人
2 他の人の考えや解き方を聞きたいと思いませんか。	21人	5人	5人
3 グループで話し合えき、進んで自分の考えを言いますか。	14人	7人	10人
4 一次関数の式やグラフについて、分かっていることを書きなさい。	13人(おおむね書けた生徒)		

意識実態調査の結果から、自分の考えを分かりやすく人に伝えようとする生徒や、他の人の考え方を聞きたいと思っている生徒は半数を超えている。しかし、進んで自分の考え

を述べようとする生徒は半数を割り、「いいえ」と回答している生徒も他の項目に比べて多い。また、一次関数についての基本的な知識や技能の定着も不十分であることが分かる。

以上のことから、授業に話し合い活動を取り入れ、互いの考えを説明し伝え合う活動を通して、生徒が数学的な思考力や表現力の質を高め、一次関数についての知識や技能・見方や考え方などを身に付けることができるように学習指導を展開する。

4 指導計画（12時間扱い）

第1次 一次関数…………… 8時間

第2次 方程式とグラフ…………… 3時間

時	学習活動	関	考	表	知	観点別評価規準
1 (本時)	・身のまわりにある事象を表すグラフから分かることをグループで話し合い、説明し伝え合う活動を通して、一次関数と方程式を関連付けて考える。					・グラフから一次関数の関係を見だし、方程式と関連付けて考察することができる。
2	・実験で得られた値から一次関数を利用して問題を作成し、方程式を用いて解決する。					・一次関数を利用して問題を作成し、解決することができる。 ・方程式とグラフについて理解する。
3	・図形の中に現れる一次関数を見だし、一次関数を利用して話し合いながら問題を解決する。					・一次関数を利用して問題を解決しようとする。 ・図形の中に現れる一次関数を式やグラフで表し、問題を解決することができる。

第3次 学習のまとめ…………… 1時間

5 本時の指導

(1) 目標

身のまわりにある事象を表すグラフから一次関数の関係を見だし、方程式と関連付けて考察することができる。

(2) 主題に迫る手立て

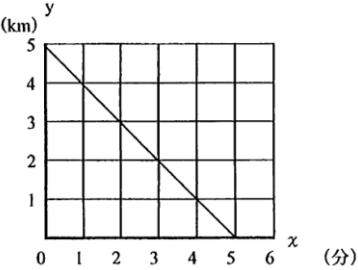
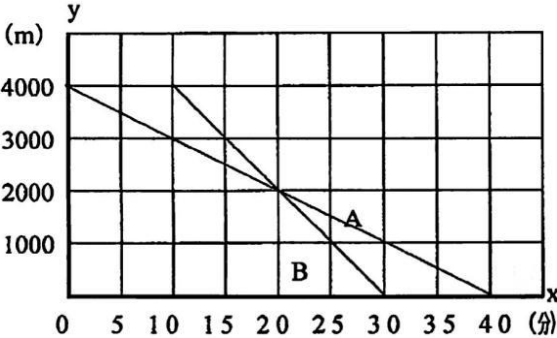
本時は、ただ単にグラフを提示して問題を解決させるのではなく、まず、前提となる学習指導として既習事項を振り返り「グラフからわかること」を考えさせる。その後、グループで話し合う活動を取り入れ、説明し伝え合う活動を通して、一次関数のグラフと方程式の関連を考える学習指導を展開する。

グループは、4月に数学科の学習グループとして編成したものである。1グループ4人程度で、数学に興味・関心が高く、話し合いを進行できる生徒をリーダーに指名し、なるべく習熟度に差がないようにするとともに、普段の生活の様子から人間関係も配慮しながら意図的に構成している。その後、実態の変化に対応して、適宜構成を変更している。

(3) 準備・資料

グラフ(黒板用・グループ提示用), ワークシート(), 発表用ホワイトボード

(4) 展開

学習活動・内容	指導上の留意点・評価
<p>1 本時の学習課題を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>身のまわりにある事象を表すグラフからわかることを話し合おう。</p> </div>  <p>2 問題を確認し、「グラフからわかること」を考える。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>Aさんは、学校から4km離れた家を出発して学校まで歩いた。Aさんが出発した後に、妹のBさんも家を出発し、Aさんと同じ道を自転車で学校に向かった。次のグラフは、AさんとBさんの進行の様子を表したものである。</p> <p>AさんとBさんがそれぞれ自分の家を出発してからの時間をx分、学校までの道のりをy(m)として、これらのグラフからわかることを考えよう。</p> </div>  <p>3 「グラフからわかること」について話し合う。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・前提となる学習指導として座標平面にグラフが一つである課題を提示し、既習事項を振り返る場とする。 ・「グラフからわかること」について、ワークシートに自分なりの表現で記入させる。 ・次に全体で話し合い、グラフのどこに着目し、どのような言葉や式で表現すればよいかを確認し、自分なりの表現を数学的な表現に高める素地とする。 ・問題を示し、これから話し合う内容について確認する。 ・「グラフからわかること」を個人で考えさせ、ワークシートの「自分の考え」の欄に記入するように指示する。 ・AさんもBさんも、xとyの関係が、グラフの特徴から一次関数の関係になっていることに気付かせる。 ・グラフが二つあって混乱している生徒には一つずつのグラフについて考えたり、交点など、グラフが二つあるからわかることについて考えたりできるように、1の前提となる学習指導における活動を振り返りながら助言する。 ・座標や傾きを求める際に、x軸とy軸の1目盛りの値が異なることに気付かない生徒には、目盛りの数量に着目するよう助言する。

<p>(1) リーダーを司会者として、グループ内で説明し伝え合う。</p> <p><予想される考え</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ Aさんは、出発してから40分後に学校に着いた。 ・ Aさんのグラフの直線の式は、$y = -100x + 4000$で表される。 ・ Bさんは、10分後に出発し、Aさんが出発してから、20分後に追いついた。 ・ Bさんのグラフの直線の式は、$y = -100x + 6000$で表される。 <p>(2) 役割を分担して全体に発表する。</p> <p>4 練習問題について考える。</p> <p>(1) 個人で考える。</p> <p>(2) グループで話し合う。</p> <p>5 本時の学習のまとめをする。</p> <p>(1) ワークシートと自己評価カードに本時の学習を振り返って記入する。</p> <p>(2) 次時の学習内容を知る。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ ワークシートに記入した「自分の考え」を基にして、グループ提示用のボードを使って、分かりやすく説明するように促す。 ・ 説明がうまく伝わったかどうかを確認するために、「グループの人の考え」をワークシートに記入し、意見や質問などを交換する場を設ける。 ・ 各グループの活動を観察して数学的な表現変容を記録し、活動が停滞している場合は、着目する点などの具体的なヒントを示す。 ・ 自分のグループと比較し、新たな内容について意見の交流をする場を設ける。 <p>評 グラフから一次関数の関係を見だし、方程式と関連付けて考察することができる。 (観察・ワークシート、見方や考え方)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 学習感想を交流する場を設ける。 ・ 次時は、実験の結果から一次関数を見出して問題を解決することを伝える。
---	---

6 授業研究の成果

(1) 授業の実際

本時は、文章からグラフをかいたり、AさんとBさんが出会った時間などを求めたりする展開ではなく、はじめにグラフが与えられ、交点の意味や2人の速さなど「グラフからわかること」を、まず自分で考え、次に説明し伝え合う活動を繰り返し行う展開である。

ア 前提となる学習指導

前提となる学習指導として、既習の傾きや切片などを読み取りやすい簡単なグラフを用いて「グラフからわかること」を自分で考え、次に全体で話し合う展開とした。

一次関数のグラフについての知識や技能の定着が十分とはいえない実態であったので、自分で読み取れることは少なかった。しかし、全体でグラフを読み取る視点を確認しながら話し合ったことで、資料1のように、数学的な表現を用いてグラフの特徴をとらえたり、式で表したりすることを共有することができた。

資料1 導入における記述例

(わかること)

駅まで自転車で行、たぶん、5分か
かる。1kmで1分かかる。

<友達の見解>
原点を通っていない(0を通っていない)
右下がり
 $y = -x + 5$
家から駅までの時間とともにかかった
距離

イ 「グラフからわかること」を考える

本時の主問題である「交わっている二つのグラフからわかること」について考える学習活動を展開した。まず、AさんとBさんのグラフを見て、自分で考える時間を設け、ワークシートの「自分の考え」の欄に記入させた。

AさんとBさんのグラフを、どちらも式を用いて表した生徒は6人、どちらか一方のグラフを式で表した生徒は4人であった。また、「Aさんは、10分間で1000m進む、Bさんは、10分間で2000m進む。」というように、それぞれの増加量に目を向けて、グラフの傾きから速さにつながる内容を言葉で表現する生徒が多く見られた。

ウ グループで説明し伝え合う活動

グループでの話し合いは、リーダーが司会となり、資料2のように、それぞれ自分が考えたことをグループ提示用のボードを使って説明し伝え合う活動を行った。ほとんどのグループにはグラフを式で表している生徒がいるので、立式の手順などを説明する活動が展開された。中には、説明がなかなかメンバーに伝わらず、分かりやすく伝えるために表現を改めるなどして、なんとか理解してもらおうと必死になっている姿が見られた。説明する生徒も聞く生徒も、自分なりの考えや表現では伝わりにくいところを、グループ提示用のボードを指で示しながら、だれにでも伝わるように数学的な表現を用いて説明の質を高めることができた。

資料2 グループで説明し伝え合う活動



資料3 自分の考えとグループで共有した考えの記述例

自分の考え	グループの人の考え
2000mと20分のところでまじわっている。 Aさんは1000mを10分で進行している。 Bさんは1000mを5分で進行している。	20分後に2000mのところではじめる。追いつく Bさんは1kmを5分で進む $Ay = \frac{1000}{10}x + 4000$ $Bx = \frac{2000}{5}x + 4000$ Aさんは1kmを10分で進む Aさんは1分で100m進む Bさんは1分で200m進む } 計算すると、 グラフの交点。

資料3は、自分の考えとグループで共有した考えや表現の記述例である。説明し伝え合う活動を通して、一次関数のグラフの式と連立方程式の関連について考え始めることができた。

教師は、机間指導しながら、それぞれのグループに合った発表内容を決め、その内容を発表用のホワイトボードに表すように指示した。このとき、なるべく内容が重複しないように配慮し、多様な考えに触れられるようにした。資料4のように、代表がホワイトボードに表した内容を基にして全体に説明する活動では、グループで表現の質を高めたことが生かされ、分かりやすい説明で、多様な考えや表現を共有することができた。

資料4 全体で説明する活動

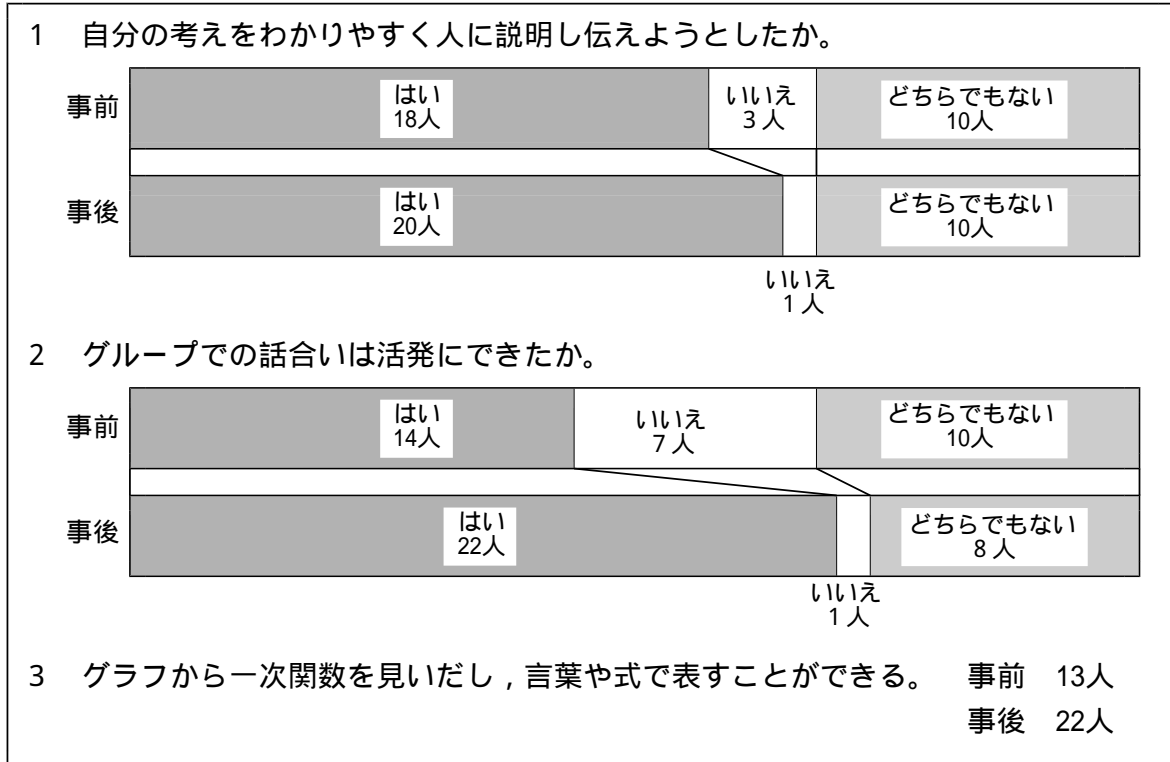


練習問題では、同様のグラフを取り上げ、追体験ができるようにした。直前の活動が生かされ、手際よく速さや式を求め、さらに、AさんとBさんの出会った時間や地点を、連立方程式を解いて交点の座標として求めようとする生徒が増えた。

(2) 成果

事前と事後の意識調査を比較したところ、資料5のように、説明し伝え合うことへの意識の高まりが見られた。

資料5 事前と事後の意識調査の比較



事前の実態調査から、一次関数についての知識や技能の定着が不十分であることが分かったので、一次関数と方程式の関係を考えることは容易ではないと判断した。そこで、導入に前提となる学習指導として既習事項を振り返る場を設け、次に、「グラフからわかることを考える」という課題を設定し、さらに練習問題で追体験の場を設けたことで、生徒の思考を揺さぶり、主体的に表現する姿が見られたと考える。

ワークシートから、次のような授業後の学習感想が見られた。

- ・自分一人では気付かなかったことでも、グループの人の考えを聞くと、グラフ一つでもさまざまなことが分かった。
- ・自分の考えが相手に伝わるように努力した。やり方を考えるのが楽しかった。
- ・グループにすることで新しい考えを知ることができ、とてもよかった。
- ・いろいろな考えがみんなから出てよい話し合いになった。

普段からグループでの話し合い活動を授業に積極的に取り入れてきたので、生徒が話し合うことに抵抗を感じることはなかったが、本時の授業では、さらに自分の考えをわかりやすく説明し伝えようと表現の質を高める生徒が増え、一次関数と方程式の関係を考えることにつながり、主題に迫ることができたと考えられる。

【授業研究4】

中学校第2学年「連立方程式」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導

既習事項を活用し身近にある課題の解決方法を説明し伝え合う活動を通して

1 単元 連立方程式

2 単元の目標

具体的な問題解決の場面で連立方程式を活用することのよさに気付き、連立方程式を進んで活用しようとする。 (数学への関心・意欲・態度)

連立方程式の解き方を、一元一次方程式に帰着させて考察し、連立方程式の有用性を感じながら、見通しをもって論理的に考えることができる。 (数学的な見方や考え方)

二つの未知数に着目して関係を式に表すことができ、代入法や加減法で連立方程式を解くことができる。 (数量や図形についての表現・処理)

連立方程式に関する用語やその解の意味を知り、連立方程式を使って具体的な問題を解決する考え方や手順が分かる。 (数量や図形についての知識・理解)

3 単元の指導について

(1) 教材について

第1学年において、生徒は、文字を用いて数量の関係や法則を式に表すよさを学習し、等式の性質を基本とした一元一次方程式の計算方法も学んだ。第2学年では、既習事項を基に、多項式の計算や式を変形することを学ぶ。本単元では、連立二元一次方程式の計算方法として、代入法や加減法を用い、一元一次方程式にすることで、既習の内容を活用し解決することに気付かせたい。新しい問題に直面したときに、すでに知っている考え方に帰着することで解決できる代数的な操作のよさが実感でき、数学の合理的なよさが表れている教材である。計算手順に沿った処理だけでなく、何を根拠にそのような計算をすることができるのか、どんな性質を用いたのか、説明し伝え合うことで、数学的な考え方が深まるとともに表現する力が育つと考える。

(2) 生徒の実態について(男子16人、女子18人、計34人)

授業に取り組む態度はよく、教師の問いかけにもしっかり答える生徒が多い。与えられた課題に意欲的に取り組む。一方で、粘り強く追究することが苦手で、短時間であきらめてしまう生徒が多いので、難しい課題に対して、自分なりに解決方法を考え、時間をかけて追究する姿勢を身に付けたい。以上の実態を踏まえ、生徒の思考過程やつまずきのポイントを確認しながら指導していく。特に課題が進まない生徒に対し、タイミングよく補助発問やヒントカードなどを示し、課題の解決につなげる。

(3) 数学教室と座席の配置について

本校では、余裕教室の一つを数学教室として利用している。生徒は数学の時間になると、数学教室に移動し授業に臨む。この教室に入れば数学を学ぶのだと意識も高まる。掲示物や「読んでみよう数学の本」、「パズルチャレンジ道場」、「数検に挑戦！」の各コーナーなどを設け、教室環境に工夫している。

座席は習熟度別にし、数学の得意な生徒は後ろに、苦手な生徒は前に配置している。以前は、得意な生徒と苦手な生徒が混在するグループで追究していた。しかし、苦手な生徒が恥ずかしがり自信をもって説明ができなかったり、得意な生徒が思考を発展的に深めることができなかったりしたことから、現在の座席編成を試みている。習熟度でペアやグループをつくることにより、コミュニケーションも円滑にとれ、説明し伝え合う活動もそれぞれ深まりをみせる。座席編成の変更は、人間関係にも配慮しつつ定期的に行う。

活動を活発に行うには、グループや学級内の温かい人間関係が重要であると考え。間違った意見を言っても否定されることなく、分からなければ素直に質問ができ、互いに教え合える雰囲気大切である。普段の学級経営が活発な学習活動を行う上で重要であると考え。

4 指導計画（12時間扱い）

第1次 連立方程式・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 7時間

第2次 連立方程式の応用・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 4時間

時	学習内容・活動	関	考	表	知	観点別評価規準
1	連立方程式を使った問題の解き方					・問題解決場面で、積極的に連立方程式を使おうとしている。
2	速さの問題と連立方程式					・連立方程式を使って具体的な問題を解決する考え方や手順が分かる。
3	割合の問題と連立方程式					・題意から解法を発見するために、線分図や表に表し解くことができる。
4 (本時)	いろいろな連立方程式（発展）					・未知数に着目して、関係を数学的に表し、既習事項に帰着し考えることができる。

第3次 練習問題・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

5 本時の指導

(1) 目標

三つの未知数に着目し関係を数学的に表現して、既習事項に帰着し考えることができる。

(2) 主題に迫る手立て

既習事項を活用して発展的な解決ができるような身近な課題を取り上げる。また、数学教室を活用し、座席の配置やグループ編成に配慮することで、知的なコミュニケーションが活発になるようにする。さらに、見通し・きっかけ 個人追究 ペア追究 グループ追究 全体追究 振り返り の学習場面に応じ、何に基づいてどのように考えたのかを互いに理解し共有することができるよう、筋道を立てて相手に説明し伝え合う数学的活動を取り入れ、いろいろな考えに触れるようにする。

(3) 準備・資料

ワークシート

(4) 展開

学 習 活 動 ・ 内 容	指導上の留意点・評価												
<p>1 学習問題を確認する。</p> <p>夏休みの自由研究のために先生と中学生と小学生，合わせて10人で博物館と科学館に行きました。博物館での全員の入館料は900円，科学館では2900円でした。</p> <table border="1" data-bbox="368 461 676 636"> <caption>【博物館の入館料】</caption> <tr><td>大人</td><td>200円</td></tr> <tr><td>中学生</td><td>100円</td></tr> <tr><td>小学生</td><td>50円</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="852 461 1160 636"> <caption>【科学館の入館料】</caption> <tr><td>大人</td><td>500円</td></tr> <tr><td>中学生</td><td>400円</td></tr> <tr><td>小学生</td><td>100円</td></tr> </table> <p>先生，中学生，小学生，それぞれ何人で行ったのでしょうか。</p>	大人	200円	中学生	100円	小学生	50円	大人	500円	中学生	400円	小学生	100円	
大人	200円												
中学生	100円												
小学生	50円												
大人	500円												
中学生	400円												
小学生	100円												
<p>2 解決に向けて追究する。</p> <p>(1) 見通し・きっかけ ...学習問題を読み，解決への手がかりやヒントを見つけ出す。</p> <p>(2) 個人追究 ... 1人でじっくり考える。 ・ 絵や図などで表し，課題を把握する。 ・ 求めたいものを文字で表す。 (先生... x人，中学生... y人，小学生... z人) (先生，中学生は同じ，小学生... $10 - x - y$人) ・ 人数の合計，博物館の入場料の合計，科学館の入場料の合計を等式で表す。 (連立三元一次方程式，連立二元一次方程式)</p> <p>(3) ペア追究 ... 隣の生徒と2人で説明し伝え合う。 ・ 解き方を考える。 ・ 自分が考えていることを互いに説明し伝え合う。 ・ 友達に分かりやすく説明する。 ・ 分からないことを互いに質問する。</p> <p>(4) グループ追究 ... 4人で説明し伝え合う。 ・ 自分が考えていることを互いに伝え合う。 ・ 友達に分かりやすく説明する。 ・ 連立二元一次方程式に帰着し考察する。</p> <p>(5) 全体追究 ... グループの代表が発表する。 ・ グループごとに追究した解法を説明することで解法を考える。(資料1)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 問題文中のポイントに線を引き，既習事項を書き出すことをきっかけに，解決への方向性が見えるようにする。 ・ 生徒一人一人が自分自身で追究する時間を十分とる。 ・ 個人追究の場面では，机間指導をしながら生徒のつまづきを確認し，解決の手がかりとなるような補助発問をする。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>何かヒントになることはないかな。 求めたいものは何だろう。 求めたいものを文字で表してみよう。 x，y，zで等式をつくってみよう。 入場料の合計になるように等式をつくってみよう。 問題文からいくつの等式がつかれるだろうか。 どう考えれば解けるだろうか。 文字と式が二つの連立方程式はどのように解いたか思い出してみよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ 連立二元一次方程式を，文字を一つ消去することで一元一次方程式に帰着させて解いたように，連立三元一次方程式も文字を消去し，連立二元一次方程式に帰着させれば解けることに気付かせる。 ・ 説明し伝え合う活動の場面では，何に基 												

- 3 本時のまとめをする。
 振り返り ...本時で学んだことを確認する。
 ・本時で学んだこと、分かったこと、参考になったことなどをワークシートにまとめる。
 ・まとめたことを発表する。
 ・「にわとりいぬたこ鶏狗章魚算」についての話を聞く(資料2)

づいてどのように考えたのかを明確に表現できるように助言する。
 ・連立三元一次方程式を用いた解法や連立二元一次方程式を用いた解法や表を用いた解法について振り返る。
 評未知数に着目して、関係を表や式に表し既習事項に帰着し考えることができる。
 (観察・ワークシート、見方や考え方)

資料1 連立三元一次方程式による解答例

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \dots \\ 200x + 100y + 50z = 900 \dots \\ 500x + 400y + 100z = 2900 \dots \end{cases}$$

- x 50より
 $150x + 50y = 400 \dots$
 - x 2より
 $100x + 200y = 1100 \dots$
 の連立二元一次方程式を解くと
 $x = 1, y = 5, z = 4$

答え 先生は1人
 中学生は5人
 小学生は4人

資料2 鶏狗章魚算について

江戸時代の数学者は「鶴亀算」とどまらず、ごく自然な発展として2種類の動物を3種類にするとどうなるかと考えた。

にわとり いぬ たこ
 鶏, 狗, 章魚の事
ちゅうが うかが
 厨下を窺えば、庭に鶏あり、狗あり、また、まないたに章魚あり。庖人いはく、三種合わせて二十四箇、足数合わせて百二足なり。鶏、章魚の和から狗を減ずれば零なり。鶏、狗、章魚をのの幾何と問、ただし、鶏二足、狗四足、章魚八足。
むらいちゆうぜん
 村井中漸「算法童子問」(1784年)より

6 授業研究の成果

(1) 学習場面に応じた工夫について

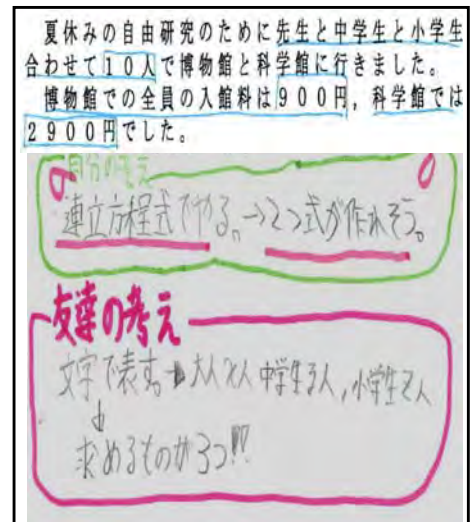
ア 見通し・きっかけ

学習問題を繰り返し読み、資料3のようにヒントとなりそうな部分にアンダーラインを引き、問題文を自分なりに整理し、自分の考えや友達の考えを既習事項と関連付けながら書き出し、解決へ向けて何らかのきっかけを見つけ出したいと意欲的に取り組む生徒の姿が見られた。以前は、見通しをもたずに取り組むため、まったく見当違いの方向に進んでしまうことも多かったが、見通し・きっかけの場面を設定したことにより、筋道の立った見通しを持ち、考えることができるようになった。

イ 個人追究

この時間を十分に確保したことで、自分自身でじっくりと課題に取り組み、何らかの形で表現して解決しようとしていた。今までは、すぐにあきらめる生徒もいた。しかし、見通し・きっかけで考えたことを手がかりに、言葉、数、式、図、表、グラフなど、どのような方法でもよいから表現するように助言するうち、自分なりの方法で表現できるようになってきた。

資料3 見通し・きっかけの様子



ウ ペア追究

「式を使って解くのか、表を使って解くのか」、「何を基に考えると、式が立つのか」、「文字は二つなのか、三つなのか」、「係数が大きい数の式は、どのように解くのか」など積極的に話し合う場面が見られた。資料4のようにペア追究時につまずきを解決した生徒の姿も見られた。生徒は自分の考えを伝えたい、友達に聞きたいと思っている。学び合いの時間を確保することでその欲求は満たされ、意義ある学習活動が展開できると考える。ペア追究は、2人で行うため緊張することなく伝え合うことができた。説明することに自信の持てない生徒や伝えることに慣れていない生徒のペアも、協力して自分たちなりの方法で解決に向かっていった。あるグループでは、表で表し、場合分けをして人数を調べていた。しかし、 $x + y + z = 10$ の組合せは、負でない整数解で66通り、自然数解で36通りあるため表の限界を感じる場面もあった。

エ グループ追究

資料5のように互いの表情や活動の様子が見えやすい机の配置で、4人グループをつくる。個人やペアで考えたことをグループで説明し伝え合う場面である。互いの考えを説明し伝え合うことを通して、自分では気付かなかった友達の考えを知り、驚き、自分の考えを伝え、友達を納得させる姿がいくつものグループで見られた。また、「どうして」と質問されて、あらためて自分の不十分な説明や思考に気付き再検討する姿も見られた。さらに、友達の考えを聞き、自分の考えと融合させようと努力していた。資料6のように友達から教えてもらった計算方法を活用し、さらに分かりやすく簡単な方法を見つけ出した生徒も見られた。

資料4 個人追究 から ペア追究 へ

個人追究 にて

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ 200x + 100y + 50z = 900 \\ 500x + 400y + 100z = 2900 \end{cases}$$

式も文字も三つあり、解けないと思った。

ペア追究 にて

友達から $z = 10 - x - y$ であることを聞き、

$$\begin{cases} 200x + 100y + 50(10 - x - y) = 900 \\ 500x + 400y + 100(10 - x - y) = 2900 \end{cases}$$

としたので、式も文字も2つになり、後は解くことができた。

振り返り から

最初、文字が三つも出てきて、三つもあつたら連立方程式が解けないと思っていたけれど、ペアで追究などをやっていくうちに答えが出てきたときはうれしかった。

資料5 グループの机の配置



資料6 グループ追究 から

立式はできたが処理に困っていた生徒

$$\begin{cases} 400a + 300b = 1900\dots \\ 150a + 50b = 400\dots \end{cases}$$

係数が大きくて、解くのが大変だと思った。しかし、グループの友達に「 の式を100で割り、 の式を10で割ると式が簡単になる。」と教えてもらった。そこで、私は、少し発展させて、 の式を50で割って、 $3a + b = 8$ としたら、解きやすかった。

オ 全体追究

個人で考え、ペアやグループで考えを深め、学級全体に伝え考察する。グループごとに追究した解法を基に説明し伝え合う活動が展開された。発表する生徒は、自分の考えを筋道を立てて説明できた。資料7のように表で表し場合分けをした例や、連立二元一次方程式や連立三元一次方程式で表し求めた例が発表された。

資料7 グループごとに追究した解法

1 表で表し場合分け										2 連立三元一次方程式	
aの人数	1	1	1	1	1	1	1	1	1	$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ 200x + 100y + 50z = 900 \\ 500x + 400y + 100z = 2900 \end{cases}$	3 連立二元一次方程式
bの人数	1	2	3	4	5	6	7	8			
cの人数	8	7	6	5	4	3	2	1			
合計	100	150	200	250	300	350	400	450			
										$\begin{cases} 200x + 100y + 50(10 - x - y) = 900 \\ 500x + 400y + 100(10 - x - y) = 2900 \end{cases}$	

自分たちのグループでは出なかった考え方や計算の処理方法が発表されたとき、「分かりやすい」、「へー、なるほど」、「すごい」などの声も上がり、充実した全体追究の時間となった。

資料8 振り返り から

カ 振り返り

本時を振り返り、自分の考えを丁寧に見つめ直し、友達の考えのよさや数学のよさを素直に認める生徒の様子が見られた。また、資料8のように友達の発表が参考になったことや、学んだことをさらに発展させて次の学習に生かそうとする感想も見られた。

一つの答えを出すのに、こんなにたくさんのやり方があるってビックリした。

最初は難しいと思ったけど、今まで習ったことを使えば、難しい問題でも解けることが分かった。

連立方程式は文字が三つ以上あっても式が文字の数だけあれば解けることが分かった。

自分が最初に考えていたやり方以外にも、たくさんの考え方があって、数学は奥が深いなと思った。

(2) 成果について

学習場面に応じた形態を工夫し、説明し伝え合う活動を取り入れたことで、生徒は、場面ごとに思考の広がりを見せ、充実した学習活動を行うことができた。

また、各場面においては、次のような成果があった。

- ・ 見通し・きっかけ では、追究の手がかりをつくることができた。
- ・ 個人追究 では、学習課題をそれぞれの方法で自分なりに表現することができた。
- ・ ペア追究 では、自分自身が分かったこと、分からないことを、相手に説明し伝え合ったため、つまづきを解決する生徒の姿が多く見られた。
- ・ グループ追究 では、自分では気付かなかった友達の考えを知り驚き、それぞれのよさを認識し、自分の考えと融合させて、新たな考え方につなげた生徒が見られた。
- ・ 全体追究 では、ペアやグループでの追究で得たことを基に、相手に分かりやすく伝えようとした。そのことで、生徒は、さらに自分の考えを深めることができた。
- ・ 振り返り では、友達の発表を聞いて数学的な考え方や表現のよさが伝わり、自分の考えをさらに発展させたり質を高めたりすることができた。

【授業研究 5】

高等学校第3学年数学C「式と曲線」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導

- オリガミクスを用いて放物線の特徴をとらえ説明し伝え合う活動を通して -

1 単元 二次曲線

2 単元の目標

二次曲線の方程式を図に表すことに関心をもち、曲線の性質を活用しようとする。

(関心・意欲・態度)

二次曲線の方程式及び概形の性質について考察し、二次曲線の特徴を見いだすことができる。

(数学的な見方や考え方)

二次曲線の方程式及び概形や二次曲線に関する具体的な事象において、表現し処理することができる。

(表現・処理)

二次曲線の方程式及び概形や二次曲線に関する基礎的な知識を身に付け、具体的な事象について理解している。

(知識・理解)

3 単元の指導について

(1) 教材について

座標や式にかかわる内容については、「数学」の「図形と方程式」で、直線や円の性質及びその関係を考察してきた。数学Cでは、考察する範囲を二次曲線(放物線、楕円、双曲線)まで広げ、二次曲線の方程式とその概形及びその基本的な性質を理解し、さらに、二次曲線と直線との位置関係を考察する。放物線については中学校から学習をしており、二次関数のグラフとして生徒になじみの深いものである。しかし、「幾何学的な条件を満たす点の軌跡」としての理解が不十分になることが多い。そこで、放物線の焦点や準線についての性質を体感できるようにするため、「オリガミクス」を導入することにした。

(2) 生徒の実態について(男子38人)

普通科第3学年で、理工系大学の進学を希望する生徒のクラスであり、全体的にややおとなしい生徒が多い。数学に対しては積極的に取り組み、問題をじっくり考えるが、解法を説明することは苦手な生徒が多い。そのため、証明や筋道を立てた解答づくりが苦手である。

(3) オリガミクスについて

「オリガミクス」は、元筑波大学教授の芳賀和夫氏が考案した「折り紙の科学」である。紙を折ってできる折り線を使って、幾何の性質を探求することができる。国際語として認識されているオリガミ(Origami)に、学問を表す語尾「ics」をつけて「Origamics」と名付けられた。

ア 折り紙上の折り線の性質

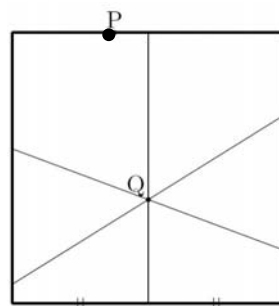
折り紙上の任意の点 P, A, B について

- (ア) 2点 A, B が重なるように折ると, 折り線は, 線分 AB の垂直二等分線になる。
- (イ) 線分 PA, PB が重なるように折ると, 折り線は, APB の二等分線になる。

イ 三角形の外心をつくる。 < 数学 A >

作成手順

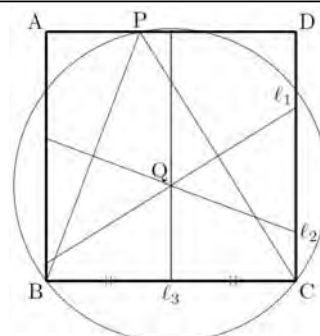
- (ア) 上辺上に任意の点 P をとる。
- (イ) 右下の頂点が点 P に重なるように折り, 折り線を作る。
- (ウ) 左下の頂点が点 P に重なるように折り, 折り線を作る。
- (エ) できた 2 本の折り線の交点を Q とする。
- (オ) 右辺と左辺が重なるように折り, 折り線を作る。
- (カ) 点 Q が, (オ) でできた折り線上に現れる。
- (キ) 3 本の折り線は 1 点 Q で交わる。



「点 Q が, 三角形の外心である。」を証明する。

証明

右図のように, 折り線をそれぞれ, h, l_1, l_2 とする。
 折り線 h, l_1, l_2 は, それぞれ, 線分 PC, PB, BC の垂直二等分線にある。(ア(ア) 折り線の性質より)
 このことから, 点 Q は PBC の外心である。



三角形の外心

三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。

ウ 外心の存在範囲を求める。 < 数学 >

点 P が正方形の上辺を動くとき, 外心 Q の存在範囲を求める。

右図のように, 点 P の座標を $(a, 1)$ とする。

このとき, 2 直線 h, l_1 の方程式は,

$$h : y = (1 - a)x + \frac{a^2}{2}$$

$$l_1 : y = -ax + \frac{a^2}{2} + \frac{1}{2} \text{ となる。}$$

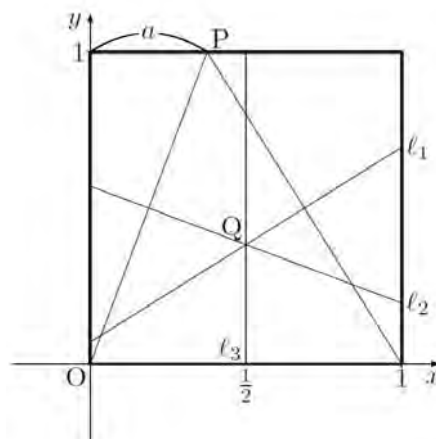
これらを連立して, 交点 Q の x 座標を求めると,

$$x = \frac{1}{2} \text{ となるので, 点 Q は線分 } l_2 \text{ 上にある。}$$

さらに, これを h に代入して, y 座標を求めると,

$$y = \frac{1}{2} \left(a - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{8} \text{ となる。}$$

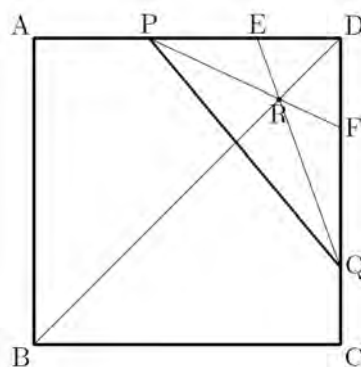
ここで, a の範囲は $0 \leq a \leq 1$ より, 点 Q の y 軸方向の存在範囲は, $\frac{3}{8} \leq y \leq \frac{1}{2}$ となる。



エ 三角形の内心をつくる。 < 数学 A >

作成手順

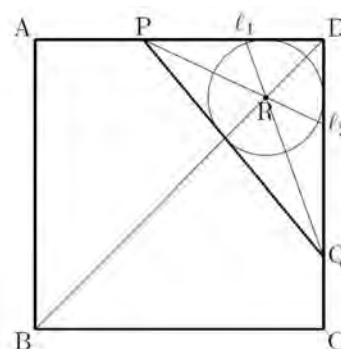
- (ア) 線分 AD , CD 上にそれぞれ点 P , Q をとり, 折り線 PQ を作る。
- (イ) 上辺の線分 PD が, 線分 PQ に重なるように折り, 折り線 PF を作る。
- (ウ) 右辺の線分 QD が, 線分 PQ に重なるように折り, 折り線 QE を作る。
- (エ) できた 2 本の折り線の交点を R とする。
- (オ) 右下の頂点 C と左上の頂点 A が重なるように折り, 折り線を作る。
- (カ) 点 R が, (カ) でできた折り線 BD 上に現れる。
- (キ) 3 本の折り線は 1 点で交わる。



「点 R は三角形の内心である。」を証明する。

証明

折り線 EQ , FP をそれぞれ, l_1 , l_2 とする。
 折り線 l_1 , l_2 は, それぞれ, $\triangle PQD$, $\triangle DPQ$ の二等分線である。(ア(イ) 折り線の性質より)
 さらに, 対角線 BD は $\triangle PDQ$ の二等分線である。
 このことから, 点 R は $\triangle DPQ$ の内心である。



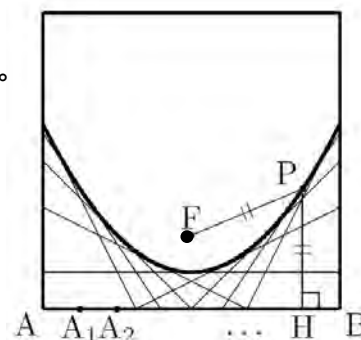
三角形の内心
 三角形の三つの内角の二等分線は 1 点で交わる。

オ 折り線から浮き出る放物線 < 数学 C > (p34参照)

作成手順

- (ア) 正方形の中央やや下の部分に点 F をとる。
- (イ) 左下の頂点 A が F に重なるように折り, 折り線を作る。
- (ウ) 頂点 A から下边上を少し右にずらした点を A_1 とし, 点 A_1 が F に重なるように折り, 折り線を付ける。
- (エ) さらに少し右にずらした点を A_2 とし, 点 A_2 が F に重なるように折り, 折り線を付ける。

- (オ) この操作を繰り返して, 次々と折り線を付けていく。
 最後に, 右下の頂点 B が F に重なるように折り, 折り線を付ける。
- (カ) 最後まで折り終わると, 折り線から浮き出る曲線は放物線になる。
 このとき, 点 F は浮き出た放物線の焦点であり, 下辺 AB は準線となる。



4 指導計画（8時間扱い）

二次曲線・・ 8時間

時	学習内容	関	考	表	知	観点別評価規準
1 (本時)	放物線					・放物線について考察し，その焦点や準線の特徴を見いだすことができる。
2	放物線					・放物線の方程式から，焦点の座標，準線の方程式を求め，放物線の概形をグラフに表すことができる。
3	楕円					・楕円の方程式から，焦点の座標を求め，楕円の概形をグラフに表すことができる。
4	双曲線					・双曲線の方程式，焦点の座標及び漸近線を求め，双曲線の概形をグラフに表すことができる。
5	二次曲線と直線の共有点					・二次曲線と直線との共有点の個数を理解している。
6	二次曲線の平行移動					・平行移動のよさについて関心をもち，平行移動による式の変化について意欲的に特徴をつかもうとしている。
7	二次曲線と離心率					・離心率 e の値によって，3種類の二次曲線が表れることを理解している。
8	二次曲線の問題演習					・いろいろな曲線について関心をもち，積極的に問題演習に取り組もうとする。 ・問題演習を通して，二次曲線の方程式と概形の関係について考察できる。

5 本時の指導

(1) 目標

オリガミクスを用いて，放物線について考察し，その焦点や準線の特徴を見いだすことができる。

(2) 主題に迫る手立て

放物線そのものは，「軸」や「頂点」を用い二次関数のグラフとして考察した既習の曲線であるが，放物線を「点の軌跡」としてとらえ，それに伴い「焦点」や「準線」が登場するのはこの単元が初めてである。そこで，「点の軌跡」としての放物線を印象付けるために，オリガミクスの活動を取り入れる。まずは，前提となる学習指導として，オリガミクスの活動を通して既習の三角形の外心について振り返る。そして，「幾何学的な条件を満たす点の軌跡」としての放物線についてオリガミクスの活動を通して学習する。自分自身の手で作り出した折り線やその結果から得られる現象を考察し，数学的に表現し，根拠を明らかにして説明したり議論したりする。このような活動を通して，図形の美しさに触れ，数学的な思考力・表現力をはぐくむ機会とする。

(3) 展開

学習活動・学習内容	指導上の留意点・評価
<p>1 オリガミクスを用いて、折り紙上に三角形の外心をつくる。</p> <p>(1) 「3(3)イ 三角形の外心をつくる。」の方法を用い、折り紙を折る。</p> <p>(2) なぜ3本の折り線が1点で交わるのか、折り線の交点がどんな点か考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・自分が考えていることを互いに説明し伝え合う。 ・既習事項を振り返り、交点が何を表しているか検討する。 <p>(3) 分かったことを発表する。</p> <p>(4) 三角形の外心とその性質についてまとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・前提となる学習指導として、既習事項の三角形の外心について、オリガミクスの活動を行い、活動の趣旨を伝える。 ・正しく折れているかどうかを確認しながら、折り方を説明する。 ・折ることによりどんな特徴が作り出されたか気付かせる。 ・机間指導をしながら、生徒のつまずきを確認し、「折り線はどんな線かを考えながら、折り直してごらん。」、「三角形の五心を考えてごらん。」などのヒントを与える。 ・説明し伝え合う活動や発表では、根拠を明確にし、相手に伝わるように筋道を立てて話すように指示する。
<p>2 オリガミクスを用いて、折り紙上に放物線をつくる。</p> <p>(1) 「3(3)オ 折り線から浮き出る放物線」の方法を用い、折り紙を折る。</p> <p>(2) 折り線から浮き出る曲線がどうして放物線になるのか考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・自分が考えていることを互いに説明し伝え合う。 ・互いの意見から、どんな線を折ったのか追究する。 <p>(3) 分かったことを発表する。</p> <p>(4) 学んだこと、分かったことをまとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・どんな線を折っているのか、思考活動もしっかり行うように注意を促す。 ・机間指導をしながら、必要に応じ垂直二等分線に関するヒントを与える。 ・なぜこのような図形が折り上がったのかを考える時間を十分に確保する。 ・説明し伝え合う活動では、結論までは分からなくても、自分なりに気が付いたことや、分かったことを話すように指示する。
<p>3 放物線の焦点と準線について、まとめの学習をする。</p> <p>(1) 折り線は垂直二等分線であることから、浮き出た曲線が放物線であることを確かめる。</p> <p>(2) 放物線の幾何学的な定義及び放物線の焦点と準線の定義を確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・折り紙上で行ったことを、座標平面上に置き換え、点や直線を用い、代数的に考察することができるように振り返る。 <p>評 放物線について考察し、その焦点や準線の特徴を見いだすことができる。 (観察、見方や考え方)</p>

6 授業研究の成果

(1) 授業の実際

ア オリガミクスを用いて、折り紙上に三角形の外心をつくる場面から

資料1のように3本目の折り線が1点で交わる様子を見て、多くの生徒が、自分で折った折り線から図形の美しさを見だし驚きの歓声を上げた。

3本が1点で交わる理由を考え、説明し伝え合う活動においては、「2点が重なるように折ると、折り線は2点を結ぶ線分の垂直二等分線になる。」と気付いた生徒が数名いた。しかし、三角形の外心であるという発見には至らなかった。そこで、「交点は三角形の何だろう。」という発問をしたところ、「垂心」や「外心」などの解答が出てきた。話合いや議論を進めるうちに、「外心」との解答が多数を占めた。この段階で、生徒は、資料2のように折り紙上に三角形や外接円の半径などを、自分から書き入れた。そして、数学Aで学習した三角形の外心の性質を利用して、3本の折り線が1点で交わることを互いに説明し伝え合うことができた。

イ オリガミクスを用いて、折り紙に放物線をつくる場面から

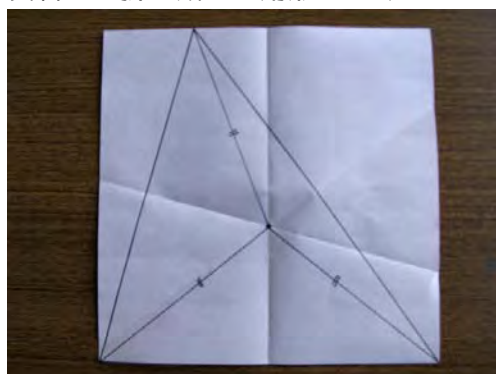
多くの生徒は、折り紙上に少しずつ表れてくる曲線が、折り進むうちに放物線であることに気付くことができた。すべて折り上がると、資料3のようにきれいな放物線が表れた。しかし、「本当に放物線なのか。」と問いかけると、放物線かどうか分からなくなってしまった。直感的に放物線であることが分かったが、根拠のある答えではなかった。そこで、2回目のオリガミクスの活動であるので、「どんな線を折っているのか、思考活動をしっかり行うように。」との注意を促した。そのため、生徒は、折り紙を折ったり広げたりしながら操作の意味を考えていた。

折り線から浮き出る曲線が、どうして放物線になるのかについての説明し伝え合う活動においては、資料4のように折り紙上の放物線を友

資料1 折り線は1点で交わる



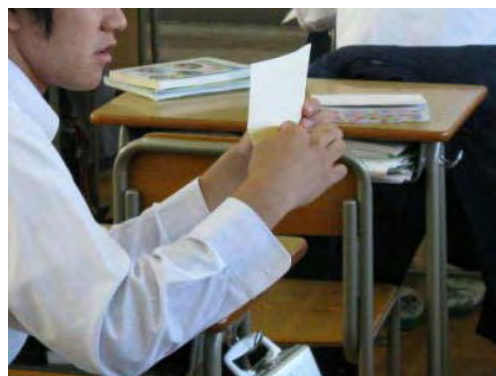
資料2 折り紙に三角形をかく



資料3 生徒が折った放物線



資料4 分かったことの説明



達に見せながら，互いに分かったことを説明したり，疑問をぶついたりしていた。その中には，資料5のように「放物線と接線の関係」や「折り線と垂直二等分線の関係」に目を付け説明し伝え合う生徒が見られた。

資料5 説明し伝え合う活動の様子

<p>1 放物線と接線に着目した様子</p> <p>A：折り線がある所とない所の境界上に放物線ができたよね。 でも，何でできたんだ。</p> <p>B：折り線は，すべて直線だよ。</p> <p>A：折り線が，接線だよ。接線。</p>	<p>2 垂直二等分線に着目した様子</p> <p>C：外心のときにやったけど，折り線は垂直二等分線になるんだよね。</p> <p>D：はじめに決めた点Fと下辺AB上の点を結ぶ線分の垂直二等分線を折ったことになるんだね。</p>
--	--

(2) 成果

放物線の焦点，準線については，生徒にとって印象が薄いまま終わることが多い内容であると考えられる。しかし，「実際に自分で折り紙を折ること」と「自分で作り出したものを用い，説明し伝え合うこと」によって，生徒は，放物線の幾何学的な定義や性質を深く印象に残した様子だった。

後日実施した確認テストでは，9割以上の生徒が満点を取ることができた。通常の確認テストに比べ大変よくできていた。また，今回の授業を行うまでは，この活動に対し生徒は抵抗があるのではないかと考えていた。しかし，資料6のような好意的にとらえている感想が多く，今後も積極的に授業に取り入れたいと考える。

今回の研究において，オリガミクスを用いたことにより，図形の美しさを見いだし驚く姿や，自分でつくったものから図形の特徴を見いだし論理的な思考活動を行い，知的コミュニケーションへ発展していく姿が見られた。自分自身の手で作り出したものを，根拠として，説明し伝え合うことは，数学的な思考力・表現力をはぐくむ指導として有効な手段であった。

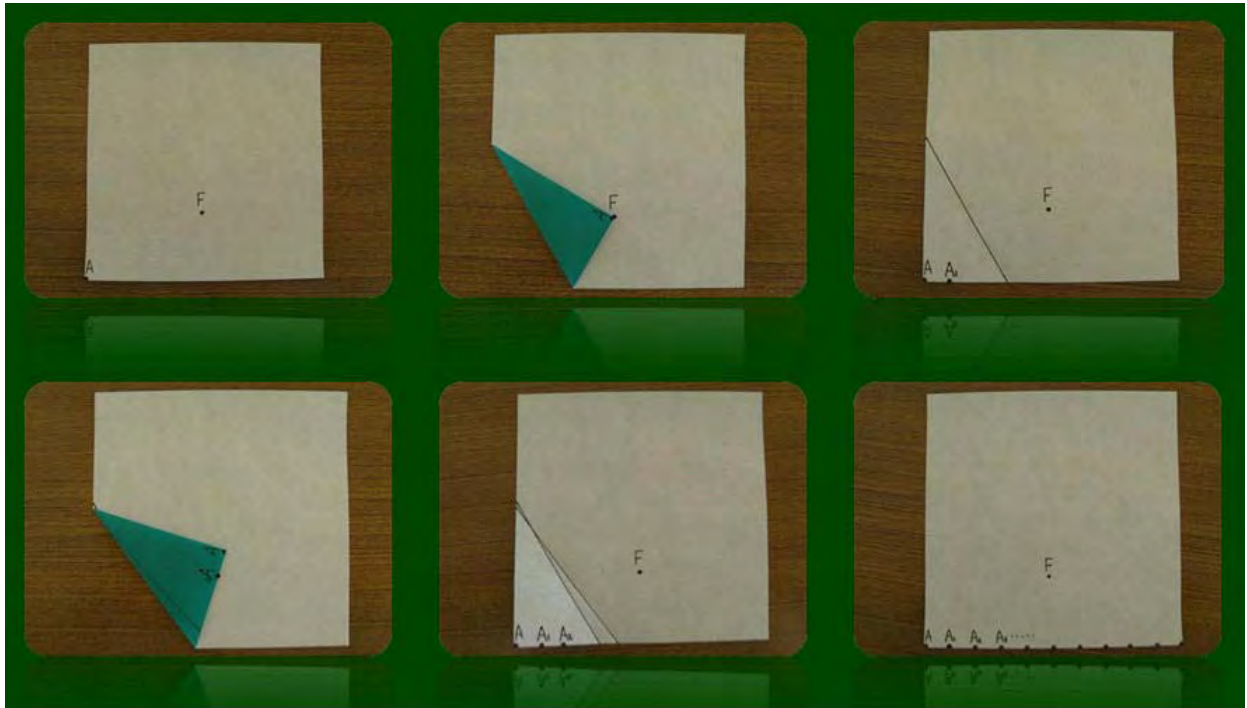
資料6 授業後の感想（抜粋）

- ・こんな折り方で放物線ができるとは知らなかった。話し合うことで，自分の間違いや相手の意見を知ることができるのでよい機会だった。
- ・相手に伝えることは，難しかったけど，自分で三角形の外心や放物線を作れて楽しかった。
- ・周りの人に教えてあげると自分の中でも整理できるし，忘れにくくなるのでよい勉強法である。
- ・焦点と準線が，放物線の頂点を挟んで同じ間隔に並んでることが折り紙のおかげで分かった。

参考文献

- 芳賀和夫 オリガミクス(1) 幾何図形折り紙 日本評論社 1999
 芳賀和夫 オリガミクス(2) 紙を折ったら数学が見えた 日本評論社 2005

折り線から浮き出る放物線



3 研究のまとめ

説明し伝え合う活動の充実を図る授業づくりを通して、数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数・数学科学習指導について進めてきた授業研究を、「主題に迫るために」で挙げた内容を視点として振り返る。

(1) 「活動のねらいや指導計画における活動の位置付けを明確にする」ことについて

ア 算数的活動・数学的活動のねらいの明確化

数や図形の性質などを見いだす活動，算数・数学を利用する活動，説明し伝え合う活動などに類型化される算数的活動・数学的活動は，それぞれが独立した活動ではなく，一連の活動であると考えられる。例えば，見いだした性質を説明したり，算数・数学をどのように利用したかを説明する活動も考えられる。活動のねらいを明確にしてどの活動に重点を置くのかを熟考した上で「説明し伝え合う活動」を指導計画に位置付ける必要がある。

イ 説明する内容

全国学力・学習状況調査の主として「活用」に関する問題では，言葉や数，式，図，表，グラフなどを用いて「事実，方法，理由」の3種類を記述する内容が問われている。本研究では，それぞれの授業研究の副主題に説明する内容を表し，活動の位置付けを明確にすることで，課題や発問を吟味し，説明し伝え合う場の工夫につながった。

授業研究1 三角形を弁別する観点……………「理由」

授業研究2 速さを比べる方法，授業研究4 課題の解決方法……………「方法」

授業研究3 「グラフからわかること」，授業研究5 放物線の特徴……………「事実」

(2) 「前提となる学習指導との関連付けを図る」ことについて

説明し伝え合う活動を通して数学的な思考力や表現力をはぐくむためには，前提となる学習指導との関連付けを図り，既習の内容を活用して新しい知識や方法を生み出す過程が重要である。

ア 前提となる学習指導〔前時との関連付け〕

速さの導入の実践では，前時までの学習指導を前提となる学習指導として関連付け，単位量当たりの大きさを基にして考え，数学的な表現を用いて速さを比較する方法を説明し伝え合うことができた。算数・数学コーナーなどの教室環境の充実も前提となる学習指導との関連付けを図るために有効に活用された。

イ 前提となる学習指導〔反復（スパイラル）による関連付け〕

オリガミクスの実践では，自分が折った折り線が表す事実について，中学校や数学で学習した放物線を振り返りながら説明し伝え合うことで，放物線を新たな視点から理解することができた。前提となる学習指導を，反復（スパイラル）による教育課程として関連付けることによって，学習感想等から理解の広がりや深まりなど学習の進歩が感じられた。

ウ 前提となる学習指導〔本時の中での関連付け〕

「グラフからわかること」の実践では，前提となる学習指導として本時の導入に簡易なグラフを用いて説明し伝え合う活動を取り入れた。その後，主問題のグラフについて説明し伝え合う活動を展開することで，前提となる学習指導を，生徒が既習の考えや表現を振り返る場とするだけでなく，学ぶ方法を理解する数学的活動とすることができた。

(3) 「多様な児童生徒への対応を配慮した活動の場を工夫する」ことについて

ア 学習課題・発問

身近な事象から速さを比べる必要性を感じることができるようVTRを作成して提示したり、多様な考えから発展的な学習に取り組むことができるように課題を設定したりすることで、一人一人が自分なりの考えを進めることができた。

また、「三角形を3つのなかまにわけよう」と発問することで、多様な考えから辺の長さに着目する必要性やよさに気付いたり、「グラフからわかること」を問うことで、グラフと式や表との関連を活用して問題解決したりすることができた。発問をオープンにすることで多様な考えを導くことができるが、どんな三角形でも確実に分けることができるという視点から問いかけるなど、多様な考えから本時のねらいとするよさに気付くようにできる配慮も重要である。

イ 学習形態等

説明し伝え合う活動を充実させるために、どの授業研究においてもペアやグループの学習形態を取り入れた。中学校の二つの実践ではグループ編成の仕方を工夫した。一方は、意図的にリーダーを配置してどのグループも同じような構成で編成し、他方は、発展的な学習に取り組むために習熟度を加味して編成した。ねらいに応じたグループ編成や机の配置を配慮することによって、説明し伝え合う活動の活性化が図られた。

説明し伝え合う活動では、共同注視できる媒体が必要である。考えを質的に高めるために、どの場面でどの媒体にどのように表現し、他者とのコミュニケーションに活用するかを綿密に構想した。ノートや黒板だけではなく、三角形を構成した半具体物、課題を数直線に模式化した教具、説明用グラフ、発表ボード、ICT機器などを発達の段階に応じて活用することで、自分と他者の考えや表現をつなぐことができた。

机間指導の際には、一部の児童生徒にのみ対応し、説明の完結を求めるのではなく、他者とのコミュニケーションを促進させ、児童生徒が相手の説明を聞いて分かったところまでを「今の説明は、こういうことかな。」と相手に伝えることから始める指導が効果的であった。他者説明やリレー説明を取り入れる際には、友達のノートを単に読み上げる発表にならないように、互いに納得のいくまで伝え合う活動を経たことが有効であった。

「はじめに、つぎに、…」などの説明のスキルを習得させることも必要であるが、それらの言葉に続く数学的な考えや表現の質を高めていくことが最も重要である。

ウ 学習感想

「楽しかった。(事実) が分かった。(内容) さんの考えがすごかった。(他者) に使えそつだ。(生活や学習への活用)」という学習感想の質の高まりが見られた。説明し伝え合う活動を通して、児童生徒が考え、表現する学習から得られた成果であると考える。

<引用文献>

- 中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について(答申)」平成20年1月
- 文部科学省「小学校学習指導要領解説 算数編」平成20年8月
- 文部科学省「中学校学習指導要領解説 数学編」平成20年9月
- 文部科学省「高等学校学習指導要領解説 数学編」平成21年7月(PDF版)

関係者一覧

1 研究協力員

銚田市立舟木小学校	教諭	野原 佐代子
水戸市立寿小学校	教諭	田村 悟
北茨城市立中郷中学校	教諭	小澤 理江
笠間市立笠間中学校	教諭	玉淵 智巳
県立水戸桜ノ牧高等学校	教諭	齊藤 利仁

2 茨城県教育研修センター

所長	中村 一夫
教科教育課 課長	小沼 光一
同 指導主事	原田 純一
同 指導主事	櫻井 良種