

平成23年度 教科に関する研究
研究主題「思考力，判断力，表現力をはぐくむ学習指導の展開」

算数・数学

数学的な思考力・表現力をはぐくむ
算数・数学科学習指導の展開
－説明し伝え合う活動の充実を図る授業づくりを通して－



目 次

1	主題について	1
2	授業研究	3
	【授業研究 1】	
	小学校第 3 学年「わり算」における 数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数科の学習指導の展開	3
	— 一等分除の考えを説明し伝え合う活動を通して —	
	【授業研究 2】	
	小学校第 3 学年「まるい形を調べよう」における 数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数科の学習指導の展開	7
	— 条件を満たす点の見付け方を説明し伝え合う活動を通して —	
	【授業研究 3】	
	小学校第 5 学年「体積」における 数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数科の学習指導の展開	11
	— 複合図形の体積の求め方を説明し伝え合う活動を通して —	
	【授業研究 4】	
	小学校第 5 学年「分数のたし算とひき算」における 数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数科の学習指導の展開	15
	— 異分母の分数の減法の計算の仕方を説明し伝え合う活動を通して —	
	【授業研究 5】	
	中学校第 1 学年「文字と式」における 数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開	19
	— 文字を用いた式を使って、説明し伝え合う活動を通して —	
	【授業研究 6】	
	中学校第 1 学年「一次方程式」における 数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開	23
	— 目的に応じて結果を検討し、説明し伝え合う活動を通して —	

【授業研究 7】

中学校第2学年「連立方程式」における
数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開……………27
—式のつくり方と解の妥当性を説明し伝え合う活動を通して—

【授業研究 8】

中学校第2学年「一次関数」における
数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開……………31
—具体的な事象をとらえ、説明し伝え合う活動を通して—

【授業研究 9】

高等学校第2学年数学B「統計とコンピュータ」における
数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開……………35
—身近なデータについて適切な代表値を考え、説明し伝え合う活動を通して—

【授業研究10】

高等学校第2学年数学B「統計とコンピュータ」における
数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開……………39
—身近なデータについて相関を考え、説明し伝え合う活動を通して—

3 研究のまとめ……………43

教科に関する研究主題：「思考力，判断力，表現力をはぐくむ学習指導の展開」

平成21・22年の2年間の研究では，学習指導要領や学校教育指導方針の趣旨を踏まえ，児童生徒に思考力，判断力，表現力をはぐくむことを目指して，創意工夫を生かした特色ある学習指導の研究を行った。今年度は，先の研究成果を踏まえて，より実践的な内容として，教科ごとに主題を設定し，研究を進めた。

算数・数学科研究主題
数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数・数科学習指導の展開
—説明し伝え合う活動の充実を図る授業づくりを通して—

1 主題について

(1) 算数・数学科の目標について

算数・数学科の目標は，平成20年1月の中央教育審議会答申（以下「答申」という）の改善の基本方針を踏まえ，次のように示された。

「小学校算数科」 平成20年3月

算数的活動を通して，数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け，日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え，表現する能力を育てるとともに，算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き，進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。

「中学校数学科」 平成20年3月

数学的活動を通して，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。

「高等学校数学科」 平成21年3月

数学的活動を通して，数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め，事象を数学的に考察し表現する能力を高め，創造性の基礎を培うとともに，数学のよさを認識し，それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。

（ _____ ， _____ 部は本資料作成者による）

下線のように「算数的活動・数学的活動を通して」の部分を出して目標全体に関係させることで，算数的活動・数学的活動を一層重視する意図を示し，波下線のように「考える・考察する（能力）」に「表現する（能力）」を加えることによって，小学校算数科，中学校数学科，高等学校数学科の目標の一貫性を図っている。

(2) 改善の基本方針について

答申の改善の基本方針において，「算数的活動・数学的活動」と「数学的な思考力・表現力」については，次のように示している。

算数・数学科の改善の基本方針（抜粋）

- 小・中・高等学校を通じて、発達の段階に応じ、算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする。
- 数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。

改善の基本的な方針として、算数的活動・数学的活動を一層充実させることで、学校教育法第30条2項（中学校は第49条，高等学校は第62条で準用）の内容に対応していくことが示されている。

数学的な思考力・表現力は、論理的な思考や知的なコミュニケーションを図る上で重要な役割を果たす。この数学的な思考力・表現力を育成するためには、日常の言語をはじめ、数、式、図、表、グラフなど様々な表現を用いて考えたり、自分の考えを説明し伝え合ったりする活動を充実させることが大切である。

(3) 研究の基本方針

平成21年度の研究では、全国的な調査の結果などから自分の考えたことを説明することに課題が見られるため、自分の考えを説明し伝え合う活動の場を位置付けた学習指導について研究を行った。

説明し伝え合う活動における他者との関わりは、一人では気付かなかった新しい視点をもたらす。また、他者から理由などを問われることによって、根拠を明らかにし、筋道立てて説明する必要性が生み出される。このように、説明し伝え合う活動は、数学的な思考力・表現力の質的な充実をもたらすと考える。

本研究では、数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数・数学科学習指導の展開について、実践的な研究を行う。

具体的には、まず、発達の段階に応じて、自分の考えを、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて表す場を設ける。その後、ペアやグループで説明し伝え合う活動において互いの式、図、表、グラフなどを読み取ったり、他者の新しい視点から自分の考えを捉え直したりする。その過程で、どんなことを根拠にすれば簡潔で適切に説明できるかを明確にしていくことによって、数学的な思考力・表現力がはぐくまれる。

(4) 主題に迫るために

- ア 説明し伝え合う活動のねらいや指導計画における位置付けを明確にする。
- イ 前提となる学習指導との関連付けを図るとともに、多様な児童・生徒への対応を配慮した活動の場を工夫する。

この2点を踏まえ、発達の段階に応じた具体的な手立てを講じ、授業研究を行う。

2 授業研究

【授業研究1 小学校】

**小学校第3学年「わり算」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ算
数科の学習指導の展開**
— 等分除の考えを説明し伝え合う活動を通して —

1 単元名 わり算

2 単元の目標と観点別評価規準

除法の意味について理解し、それをを用いることができる。

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての 技能	数量や図形についての 知識・理解
除法の意味や計算の仕方を、乗法や減法と関連付けて考えようとしている。	簡単な場合について、除数が1位数で商が2位数の除法の計算の仕方を考えている。	除数と商が共に1位数である除法の計算が確実にできる。	包含除や等分除など、整数の除法の意味について理解している。

3 単元について

(1) 教材について

本単元では初めて除法について学習する。等分除と包含除について取り扱うが、包含除の方が操作の仕方が容易であり、「除く」という意味に合致する。また、「割り算」という意味からすると等分除の方が分かりやすい。したがって、除法の導入に当たっては、これらの特徴を踏まえて取り扱うようにする必要がある。

(2) 児童の実態について

説明に関する意識調査（平成23年7月1日実施 調査人数29人）から、「算数で、自分の考えを説明することは得意ですか。」という質問について、得意が3人、やや得意が14人、やや苦手が10人、苦手が2人と回答しており、半数近くの児童が説明することに苦手意識をもっている。そこで、おはじきなどを操作したり、身の回りのものを取り扱ったりするなど、具体物を用いながら説明する活動を取り入れる。

4 単元の指導計画（11時間扱い）

第1次 1人分は何こ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

時	学 習 内 容	関	考	技	知	観点別評価規準
1 本時	等分除の場面をとらえ、除法の意味について理解する。		○			除法の場面を図や具体物などを用いて考えている。 ○ 除法が用いられる場合について知り、除法の意味について理解している。
2	除法の答えは乗法九九を用いて求められることを理解し、除法の計算をする。				○	等分除の答えは、乗法九九を用いて求められることを理解している。

第2次 何人に分けられる・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間

第3次 0や1のわり算・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

第4次 倍とわり算・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

第5次 答えが2けたになるわり算・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間

5 本時の授業

(1) 目標

等分除の場面を図や具体物などを用いて考え、等分除の意味を理解することができる。

(2) 主題に迫るための手立て

除法の意味を具体物を用いたり、言葉、数、式、図を用いたりして考え、「説明お助けシート」を活用して、説明する活動を取り入れる。

(3) 準備・資料

いちごの模型、おはじき、説明お助けシート、発表シート

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価
<p>1 12個のいちごを3人に配る場面について考える。</p> <p>2 本時の学習課題をつかむ。</p> <p>学習問題</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>いちごが12こあります。3人で同じ数ずつ分けると1人分は何こになるでしょう。</p> </div> <p>学習課題</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>分け方を考えよう。</p> </div> <p>3 同じ数ずつ分ける方法を考える。</p> <p>4 自分の考えをグループで説明し伝え合う。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・おはじきを使って一つずつ順番に配る。 ・図を使って、矢印で表す。 ・引き算の式を使って求める。 ・1人分の数を1個ずつ増やし、12個になる数をさがす。 ・1人分×人数＝全体の個数から $\square \times 3 = 12$で、\squareを求める。 <p>5 全体で説明し伝え合う。</p> <p>6 除法の式の表し方と、読み方を知る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>12このいちごを、3人で同じ数ずつ分けると1人分は4こになります。</p> $12 \div 3 = 4$ <p>(全部の数) (人数) (1人分の数)</p> </div> <p>7 問題を解く。</p> <p>8 自己評価カードを記入する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・黒板に12個のいちごの模型を異なる数ずつ分けた場合を提示し、同じ数ずつ分ける目的意識をもたせる。 ・「3人で同じ数ずつ分ける」ことを確認する。 ・何を使ったら解決できそうか発表させ、見通しをもたせる。 ・自分で考えた分け方について「説明お助けシート」を参考にして説明を書くよう指示する。 ・4人グループで自分の考えを説明させ、自分の考えと比較して似ている点や異なる点を意識しながら聞くように伝える。 ・必要に応じて実際におはじき等を操作しながら説明させる。 ・代表者は、別の考えになるように、教師が意図的に指名する。 ・代表者の板書を見て、それを別の児童が説明していく形式で進める。 <p>㊦ 除法の場面を図や具体物などを用いて考えている。 (観察, ノート, 発表シート)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・除法の式の表し方と、読み方を言葉の式と対応させながら確認する。 <p>㊦ 除法が用いられる場合について知り、除法の意味について理解している。 (観察, ノート)</p>

6 授業の実際

(1) 「説明お助けシート」の活用

資料1の「説明お助けシート」（以下「シート」という）を活用して、児童が説明を進めていくときのヒントとなるようにした。「これを入れると、もっとじょうずになるよ。」の項目を設けることで、更に上手に説明を書きたい児童にも対応した。シートは、ノートの裏表紙に貼り、必要なときに開いて見ながら説明を書けるようにした。説明を書くことが苦手だと感じている児童でも、このシートを参考にしながら書き進む様子が見られた。また、「前にならったことを使って、」という文を入れて、既習事項であるかけ算を使ったり、「なぜなら、～だからです。」という考え方の根拠を書いた児童も見られた。

資料2は児童が書いた説明である。まず、「かけ算を使って」と、自分が使う方法について述べている。その後、答えが12になるかけ算を使って分ける方法が筋道立てて説明されている。

12個を3人に同じ数ずつ分けるとき、図や既習の式がうまく使えない児童のために資料3のようにおはじきを用意した。おはじきをどのような順序で操作したかを、シートを見ながら、「まず」、「つぎに」、「だから」などの言葉を用いて、操作の手順を意識して説明を書いていた。おはじきを使った児童の中には「自分は説明が得意ではないけど、シートを使ったら説明できたのでうれしかった。」と授業を振り返っている児童が見られた。このように、操作はできるが説明ができないと感じている児童にとって、シートは有効であると考えられる。

(2) グループで説明し伝え合う活動

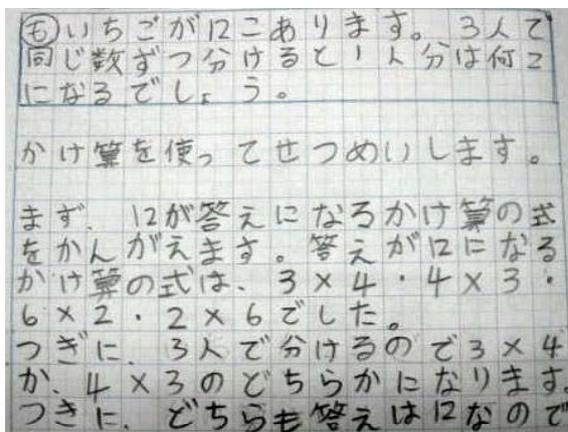
自分の考えを4人グループで伝え合う活動を行った。活動を始める前に、説明

資料1 説明お助けシート

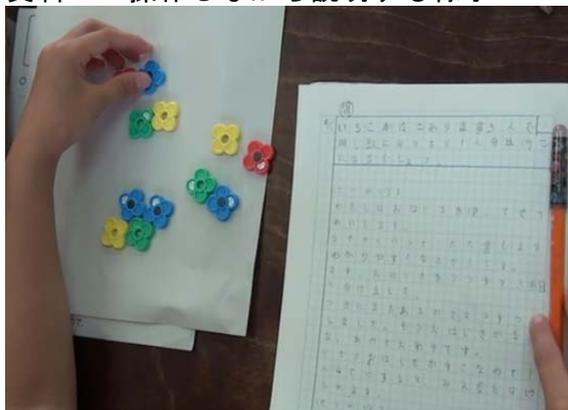
算数 せつめいじょうずになろう！ おたすけシート

- **まず、何を使ったか、せつめいしよう。**
 - ・～を使ってせつめいします。
 - (図、式、おはじき、前にならったことなど)
- **じゅんじょよく、せつめいしよう。**
 - ① まず、～をしました。
 - ② つぎに、～をしました。
 - ③ だから、～です。
- **これを入れると、もっとじょうずになるよ。**
 - ・前にならったことを使って、
 - ・なぜなら、～だからです。
 - ・前にならったことと～がにているので、
 - ・～を使うと見やすくなるので、
 - ・～を使うとわかりやすいので、

資料2 児童が書いた説明の例



資料3 操作しながら説明する様子



する順番やノートや発表用シートなどを示しながら発表することなどの約束について確認した。発表用シートは、説明を書くときに配布し、自分の考えのポイントとなる図や式だけをかくよう指示した。児童が必要に応じて、言葉、数、式、図などを用いて、それらを関連付けながら説明することを意図した。説明することが苦手な児童は、ノートに書いてある自分の考えを読むことから始め、次第に、ポイントとなる図や式のみをかいた発表用シートを用いて、相手に分かりやすく説明する活動へ移行していった。児童は「3人で同じ数ずつ分ける」方法について、自分の考えを説明し、他の児童の説明が十分でないところについて質問や感想を述べる事ができた。

児童が分け方を説明するために用いた方法は、大きく分けて「おはじきを使う」，「図を使う」，「かけ算を使う」の3通りであった。それぞれの方法の代表児童を教師が選び、全体発表用の小黒板に自分の考えのポイントとなる図や式のみをかかせて黒板に掲示した。

説明が終わったグループは、黒板に掲示された分け方について、どのような方法で分けたのかを考えるようにした。

(3) 全体で説明し伝え合う活動

初めから代表児童が説明するのではなく、まず、一人一人の児童が黒板に掲示された図や式を読み取り、次に、全体で話し合う場を設け、最後に代表児童が説明するようにした。この形式を取ることで、代表児童が一方的に発表して終わってしまうことなく、一人一人の児童が自分の考えや表現との相違点などを感じることができると考えた。

例えば、児童がおはじきを操作する様子を示し、「これは、どのように分けたか説明できるかな。」と発問すると、「一人ずつに1個ずつ、どんどん分けていった。」というように、他者の操作を基にして、多くの児童が等分除の分け方を自分の言葉で説明することができた。

資料4の児童の考え方は、図を用いたものである。「この図で説明できる人はいるかな。」と問うと、発表者とは別の児童が「長方形をかいて、線で区切って12個のますを作った。」などと考え方の概略を説明した。最後に代表児童が横に赤線を引き、「ここで切るとちょうど3等分で、一人分は4個です。」と説明すると、他の児童から「とても分かりやすい。」といった声が聞かれた。

資料4 図を用いて説明する様子



7 成果について

- (1) 算数の説明が苦手な児童も「説明お助けシート」を活用して既習事項や根拠を意識して自分なりの説明を書くことで、数学的な表現力を高めることができた。
- (2) グループで自分の考え方を説明したり、他の考え方を聞いたりすることで、等分除の場面を図や具体物などを用いて考えることができた。
- (3) 式や図を読み取り、全体で話し合うことで、除法が用いられる場合について知り、除法の意味について理解することができた。

小学校第3学年「まるい形を調べよう」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数科の学習指導の展開
－条件を満たす点の見付け方を説明し伝え合う活動を通して－

- 1 単元名 まるい形を調べよう
 2 単元の目標と観点別評価規準

図形についての観察や構成などの活動を通して、円や球について理解することができる。

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての 技能	数量や図形についての 知識・理解
身の回りで、円や球がどのように使われているかに関心をもち、円のもつ美しさに気付いている。	円周上のどの点も中心から等距離にあることや、円の半径や直径は無数にあることを見付けている。	コンパスを用いて円をかくことができる。 コンパスを用いて、等しい長さを測り取ったり、長さを移したりすることができる。	円の中心、半径、直径について理解している。 コンパスの使い方について理解している。 球の中心、半径、直径について理解している。

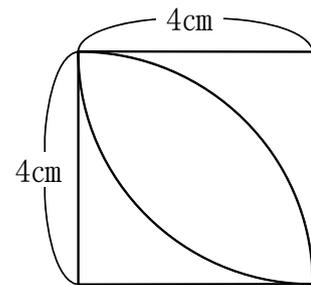
3 単元について

(1) 教材について

観察、分類、構成、作図などの活動を通して円について、また、観察を通して球について理解できるようにする。関連して中心、半径、直径などの用語を学習する。また、コンパスは単に円をかくだけでなく、等しい長さを測り取ったり移したりすることができ、長さを比べたりする場面などでも活用できる道具として導入する。

(2) 児童の実態について

作図の説明についての実態調査（平成23年10月5日実施 調査人数29人）「コンパスを使って正方形の中に同じ図をかきましょう。また、どのようにかくか説明しましょう。」から、作図と説明ができた児童が12人、作図はできたが説明が不十分が11人、作図のみが2人、図がかけないが4人で、半数以上の児童が、作図の技能や作図の方法を説明することについて十分ではないことが分かる。作図の技能を身に付けさせると共に、作図の方法について筋道立てて自分の考えを表現させる指導が必要であると考え。



4 単元の指導計画（10時間扱い）

- 第1次 円と球・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 8時間
 第2次 いろいろな円や球・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

時	学習内容	関	考	技	知	観点別評価規準
1	身の回りから円や球の形をさがしたり、校庭に大きな円をかいたりする。	○				身の回りから、円や球を見付けようとしている。 大きな円をかくことができる。
2 本時	コンパスを用いて宝のある場所を見付ける。		○			コンパスを用いて条件を満たす点を見付ける方法を考えている。

5 本時の授業

(1) 目標

コンパスを用いて条件を満たす点を探す方法を考えることができる。

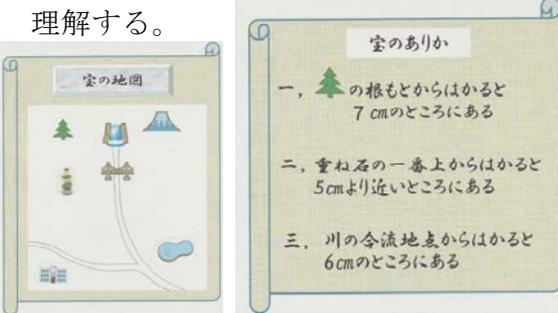
(2) 主題に迫るための手立て

コンパスを用いて作図する方法について、「説明お助けシート」を活用して、説明する活動を取り入れる。

(3) 準備・資料

「宝の地図」のプリント、条件が書かれた「宝のありか」のプリント

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価
<p>1 学習課題の前提となる場面と条件を理解する。</p>  <p>2 本時の学習課題をつかむ。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>この地図で、宝がかくされているところをさがし、そのさがし方をせつめいしよう。</p> </div> <p>3 条件を満たす点の探し方を考える。</p> <p>4 探し方をグループで説明し合う。</p> <p>5 探し方を全体で話し合い、コンパスでできることをまとめる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・円がかける。 ・ある点からの同じ長さにある点をすべて探すことができる。 <p>6 練習問題を解く。</p> <p>7 自己評価カードを記入する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・物語仕立てで場面を設定することによって、児童に宝の探し方を説明することの目的意識をもたせる。 ・宝のありかを探すにはどんな条件が必要であるかを考えさせながら、条件を提示する。 ・探すために使っているもの（定規、コンパス）を確認する。 ・宝の探し方を考えることができた児童には、「説明お助けシート」を参考にしながら、探し方の説明を書くよう指示する。 ・宝を探す手順や根拠を意識させながら説明をノートに書かせる。 ・自分の考えと比較し、似ている点や異なる点を意識しながら友達の説明を聞くように指示する。 ・児童の説明の内容を吟味して代表児童を意図的に指名する。 ・コンパスは単に円をかくだけでなく、等しい長さを測り取ったり移したりすることができる道具で、長さを比べたりする場面などでも活用できることを確認する。 <p>㊦ コンパスを用いて条件を満たす点を見付ける方法を考えている。</p> <p style="text-align: right;">（プリント、観察）</p> <ul style="list-style-type: none"> ・自分の説明を振り返り、良かった点や改善すべき点について考えさせる。

6 授業の実際

(1) 学習課題の工夫と「説明お助けシート」の活用

教科書の問題に発展的な条件を加え、条件を満たす点をコンパスを用いて作図して見付け、その方法を説明する学習課題を設定した。

児童は、答えの場所を見つけたのに、なぜ説明をしなければいけないのかという疑問をもちやすい。そこで、児童が目的意識をもって主体的に説明する活動に取り組むことができるように、物語仕立てで課題を提示した。物語の登場人物である「大臣」として宝探しを行い、その見付け方を文書で王様に報告することにした。その王様は難しいことがきらいなので、できるだけ分かりやすい説明をする必要があるという状況を設定した。児童の中には、「どうやって説明したら分かりやすいかな。」とつぶやきながら説明を書く児童も見られた。王様が分かりやすいようにという視点から、自分の説明を見直す機会とすることができたと考えられる。

知識や技能を活用する内容であるため、最初から4人グループで課題を解決する活動に入り、グループで相談しながら問題を解いたり、説明を書いたりするようにした。

全国学力・学習状況調査では、「～は、・・・である。」という【事実】、「用いるもの」と「用い方」についての【方法】、判断の根拠や事柄が成り立つことの根拠となる【理由】の3種類の記述内容が問われている。授業では、「なぜですか」と【理由】を問うことが多いが、本時は、自分が考えた【方法】や、説明の結論としての【事実】について、数学的な表現を用いて説明することが大切であるとする。児童が、作図の手順について「何を、どのように用いたのか」を説明できるようにした。

説明を書くために、「説明お助けシート」（以下「シート」という）を参考にしてもよいことを児童に伝えたが、シートを見ながら説明を書く児童は【授業研究1】に比べて大幅に減り、必要な時だけ参考にす

資料1 児童が書いた説明の例

《せつめい》

コンパス、じょうぎを使ってせつめいします。

まず、コンパスを7cmにします。

つぎに、木の根もとを中心にして、コンパスで円をかきます。

つぎに、重ね石の一番上から、コンパスを5cmにして円をかきます。

そのつぎに、川の合流地点から、コンパスを6cmにして円をかきます。

だから、7cmの円と6cmの円がかさなっていて、5cmの円より中に入っている所が、宝のありかです。

る児童が多くなってきた。

「まず」、「次に」などの順序を表す言葉に続けて、「だから」を使って根拠を示しながら結論を導く説明の構成が定着してきたが、算数ではそれらの言葉に続く表現が重要である。本時は、コンパスを用いた作図の手順について「○○を中心にして」、「半径を○cmにして」などのように適切な用語を用いて表現することが求められる。

資料1の児童の説明は、コンパスを用いて宝のありかを見付ける手順を明確に述べ、最後に根拠を明らかにして結論を表現している。自力でこのように説明を書くことができた児童は、29人中16人であった。

(2) グループで説明し伝え合う活動

自分の考えを4人のグループで伝え合う活動を行った。以前はノートに書いてある

説明を見ながら説明をする児童が多かったが、本時は資料2のように、地図を指で指し示しながら説明する児童が多く見られるようになった。また、説明を聞く児童も身を乗り出して聞こうとするなど、積極的に聞く姿勢が出てくるようになってきた。コンパスを用いて円をかいていく際、「重ね石の一番上からはかると5cmより近いところにある」ことを表現するのに、5cmの円の内側を赤鉛筆で塗る児童が見られた。今回はコンパス以外の方法を用いた児童は見られなかったが、友達に宝のありかを説明する際、定規で実際に長さを測って三つの条件を満たしていることを説明している児童が見られた。

資料2 グループで説明する活動

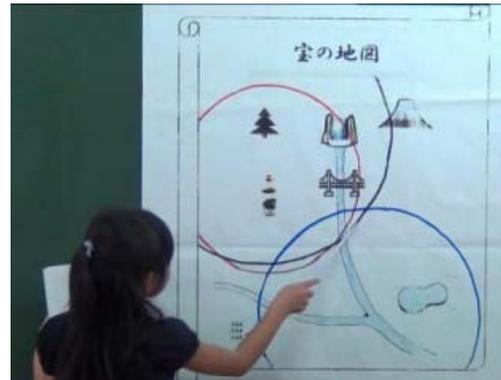


発展的な内容であったため、自力では宝のありかを説明することができない児童もいたが、グループで説明し伝え合う活動を通して「ああ、そうか」、「なるほど」と友達の考え方に納得する声が聞かれた。友達の説明で納得した部分を活用して、再度、宝のありかを見付けるための作図の方法を考え、作図に取り組み、自分の説明に付け加えながら表現することができた。

(3) 全体で説明し伝え合う活動

資料3 地図を用いて説明する様子

全体で説明する場面でも、資料3のようにノートに書いた説明を参考にしながら、必要に応じて黒板の関連する部分を指し示して、他の児童に分かりやすく伝えることができるようになってきた。代表児童の一方的な説明で終わることのないように、王様が分かりやすいようにという視点から、説明の内容を全員で吟味することで、自分の説明を見直す機会とすることができた。授業後の学習感想からは、「発表はすごく緊張したけど、自分の考えがみんなに伝わってうれしかった。」など、宝のありかを見付けることができた充実感だけでなく、自分の考えや表現が伝わることの喜びを味わう児童が多く見られた。



7 成果について

- (1) 児童が目的意識をもって主体的に説明できるように学習課題を工夫し、「説明お助けシート」を活用することで、児童は作図の手順や根拠を明らかにして説明することができた。
- (2) グループで説明し伝え合う活動では、コンパスを用いて宝のありかを見付ける方法や、条件を満たしていることの根拠について考え、相手に分かりやすく表現して説明することで、数学的な思考力や表現力を高めることができた。また、自力では解決できなかった児童も友達の考え方を参考にして練習問題に取り組むことができた。
- (3) 全体で説明し伝え合う活動では、ノートに書かれた詳細な説明を基にして、黒板の図や式などの表現と自分の言葉を関連付けながら説明することで、宝の見付け方の手順や根拠について、自分の考えを表現することができるようになった。

**小学校第5学年「体積」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数
科の学習指導の展開**
— 複合図形の体積の求め方を説明し伝え合う活動を通して —

1 単元名 立体のかさの表し方を考えよう

2 単元の目標と観点別評価規準

体積について単位と測定の意味を理解し、体積を計算によって求めることができる。

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形に ついての技能	数量や図形についての 知識・理解
立体図形の体積についても、単位 の大きさを決めると、その幾 つ分として数値化できるという よさに気づき、進んで活用しよ うとしている。	立方体や直方体の 体積の求め方を考 えている。	立方体や直方体の体 積を公式を用いて求 めることができる。	体積の単位(cm^3 , m^3)と測定の 意味について理解している。 体積の大きさについての豊かな 感覚をもっている。

3 単元について

(1) 教材について

児童は、第4学年で立方体、直方体の概念や構成要素について学習している。第5学年では、立方体、直方体の体積の求め方を、具体物を用いたり、言葉、数、式、図を用いたりして考え、説明する活動が必要である。

(2) 児童の実態について

実態調査（平成23年6月30日実施 調査人数22人）から、説明することに関して、得意とする児童が4人、どちらかという得意が9人、どちらかという苦手が9人であった。また、直方体と立方体のかさを1辺が1cmの立方体の数で「どちらがどれだけ大きいか」を比較する問題では、正答の「直方体が24個で立方体が27個だから、直方体が3個分大きい。」は12人で、条件不足の「直方体が24個で立方体が27個」が7人、「3個分大きい」が2人、「直方体大きい」が1人であった。説明について苦手意識をもつ児童や説明の根拠が十分でない児童が半数近くいる実態を踏まえ、妥当性、関連性、有効性の視点から比較検討に取り組むことで、数学的な思考力、表現力を高めたい。

4 単元の指導計画（12時間扱い）

第1次 直方体と立方体の体積・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 5時間

時	学 習 内 容	関	考	技	知	観 点 別 評 価 規 準
1	直方体と立方体のかさの大小比較をする。	○				直方体や立方体のかさに興味・関心を持ち、進んでかさくらべをしようとする。
2	「体積」の用語とその意味や表し方を知る。				○	「体積」の用語とその概念や、体積の単位 cm^3 について理解している。
3	直方体や立方体の体積を公式を用いて求める。			○		直方体や立方体の体積を求積公式を適用して求めることができる。
4	36cm^3 の立体づくりをする。		○			体積が 36cm^3 の立体を多様に考えている。
5 本時	複合図形の体積を求める。		○			複合図形の体積の求め方を、直方体に分割するなどして考えている。

第2次 直方体の高さや体積の変わり方・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

第3次 大きな体積の単位・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

第4次 容積、練習・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 4時間

5 本時の授業

(1) 目標

直方体の体積などの既習事項を基に、複合図形の体積の求め方を考えることができる。

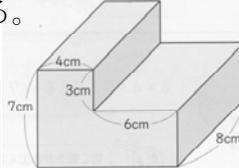
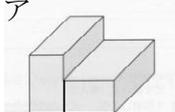
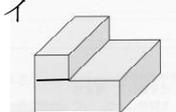
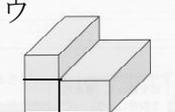
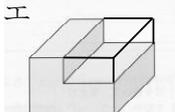
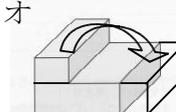
(2) 主題に迫るための手立て

複合図形の体積の求め方を、具体物を用いたり、言葉、数、式、図を用いたりして考えさせ、妥当性、関連性、有効性の検討を行う場を設ける。

(3) 準備・資料

複合図形の図（掲示用・グループ用）、ワークシート、学習シート

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価
<p>1 本時の学習課題を理解する。</p> <p>学習問題</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>右のような立体の体積を求めましょう。</p> </div>  <ul style="list-style-type: none"> 直方体でも立方体でもない。 体積を求めることは同じ。 <p>学習課題 体積の求め方を考えよう。</p> <p>解法の見通し</p> <ul style="list-style-type: none"> 直方体や立方体にすれば求められる。 L字形の面積と同じように考えればよい。 <p>2 図を用いて体積の求め方を考える。</p> <p>(1) 自力解決する。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>ア</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>イ</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>ウ</p>  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> <p>エ</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>オ</p>  </div> </div> <p>(2) 友達のと自分の考えを比較し、新たに発見した考えを図にかき加える。</p> <p>3 考え方の妥当性について全体で話し合う。</p> <p>4 グループで、関連性、有効性について検討する。</p> <p>5 全体で体積の求め方をまとめる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>複雑な図形の体積は、分けたり、加えたり、移動したりして、直方体や立方体にし求めることができる。</p> </div> <p>6 振り返りをし、方法を選択し、問題を解く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 前時までの相違点や共通点に気付かせ、解決方法を見通すことができるようにする。 直方体の求積方法を適用するために自分の考えを図にかいたり文章化して説明したりできるように助言する。 解決の糸口がつかめない児童には、立体模型を用いて操作させる。 体積の値から妥当性を検討させる。 関連性の検討において考えを仲間分けし、それらの有効性についても発表用ボードにまとめるよう指示する。 <p>①「分けて考える方法」ア、イ、ウ</p> <p>②「直方体を加える方法」エ</p> <p>③「移動させる方法」オ</p> <ul style="list-style-type: none"> 有効性の検討については、学習シート等を活用し、解法を選択へと進められるようにする。 <p>「いつでも使える方法」①、②</p> <p>「特別な場合にだけ使える方法」③</p> <ul style="list-style-type: none"> グループで黒板に掲示された発表ボードの内容を読む活動を行い、共通点やよさを見いだせるようにする。 <p>「関連性の検討」→仲間分けする。</p> <p>「有効性の検討」→それぞれのよさを明らかにする。</p> <p>㊦ 複合図形の体積の求め方を、直方体に分割するなどして考えている。</p> <p style="text-align: right;">(観察、ワークシート)</p>

6 授業の実際

(1) 比較検討の場の工夫

本研究では、古藤怜氏（上越教育大学名誉教授）による「コミュニケーション活動への支援のあり方」を参考に、比較検討の場を三つの観点から捉えて取り組んだ。

妥当性の検討…真意をたずね合う

関連性の検討…つなげ、くくり、つけたし合う

有効性の検討…よさや不十分さを意識し合う

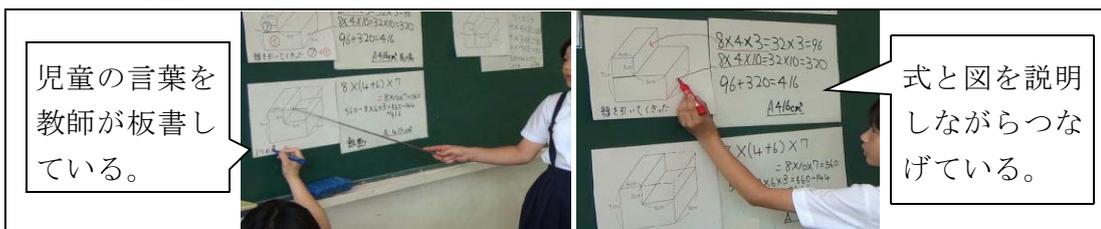
ア 妥当性の検討

自力解決の後で黒板の発表ボードの内容に関する妥当性の検討を全体で行った。まず、資料1のように説明の仕方の共通理解を図った。他者説明によって考えや表現についての交流を図りながら体積の求め方を説明し、体積の数値が一致したことから解の妥当性を確認した。また、資料2のように児童の説明の重要な言葉を教師が板書し、関連性や有効性の検討やまとめの場面で活用できるようにした。

資料1 説明の仕方

- 表記の単なる音読はしない。
- 図と言葉、数、式を、説明を通してつなげたり、積極的にボードへの書き込みをしたりして、視覚的に考えを伝え合えるようにする。
- クリティカル・シンキング（「建設的な批判をとまなう思考」）により、友達の説明内容を判断し、誤った表現があった場合にはすぐに挙手し、正し合うようにする。
- 考えの交流のため、説明を終えた後は「意見はありませんか。」とたずね合う。

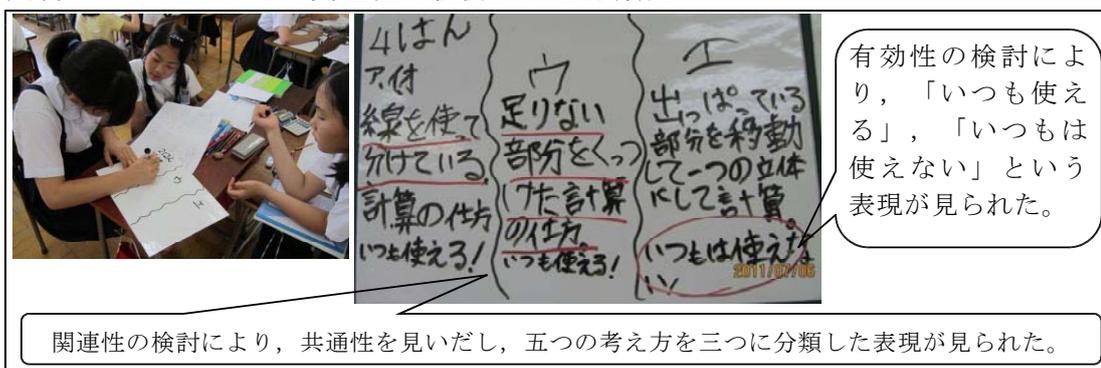
資料2 児童の説明と板書の様子



イ 関連性・有効性の検討

妥当性の検討の後、資料3のように3～4人のグループに分かれて、五つの求積方法の分類を行った。関連性や有効性の検討に視点を置き、グループで意見を交流した内容をホワイトボードに記入した。その後、学級全体の話合いの場で、各グループのホワイトボードの内容を読む活動を取り入れ、それぞれの関連性や有効性を発表し合い、「新たな気づきを新たな考えへ」とつくりあげる活動を進めた。22人中19人の児童が図や式から友達の考えを読み取り、仲間分けをすることができた。授業のまとめは、資料4のように板書のキーワード部分の番号を参考にして、本時の思考の流れを振り返りながら、児童が自分なりに表現できるようにした。

資料3 グループでの関連性の検討による分類例



資料4 板書を生かしたまとめ

児童のまとめの例

<まとめのキーワード>

- ①直方体でも立方体でもない立体
- ②直方体や立方体なら求められる
- ③つけたす
- ④分ける
- ⑤動かす・移動する

まとめ 直方体でも立方体でもない立体
直方体や立方体なら求められる。
つけたす、分ける、動かす(移動する)
動かす(移動する)という方法はいつも使える
とはかぎらない。

ウ 解法を選択

説明し伝え合う活動を通して有効性を検討した体積の求め方を、問題に応じて選択する場を授業の最後に設定した。児童は、それぞれの解法のよさを吟味しながら解法を選択に取り組んだ。資料5の問題については、22人中18人の児童が、計算の回数が少ないという根拠を示し、イの方法を選択することができた。

(2) 学習シートの活用

数学的な考え方について、自分の考えを友達の考えなどと比較検討する視点を常に明らかにしておくために、学習シートを作成して活用を図った。児童は、学習シートをノートの裏表紙に貼付し、グループや全体で話し合う場面で活用することで、妥当性、関連性、有効性の視点から比較検討をすることができた。

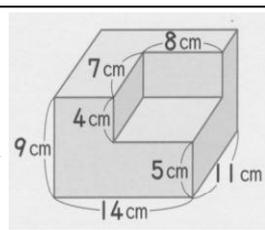
7 成果について

- (1) グループで関連性や有効性を検討する過程で、体積の求め方について図や式から友達の考えを読み取り、仲間分けをし、それぞれのよさなどを説明し伝え合うことで、数学的な思考力や表現力を高めることができた。
- (2) 学習シートを活用してグループで検討し、全体で話し合うことで、すべての児童が理解が深まったと答え、多くの児童が練習問題で適切な方法を選択することができた。

資料5 練習問題の例

どの方法で体積を求めますか。計算はしなくてよいです。

ア 分ける方法
イ つけ足して引く方法
ウ 移動する方法



資料6 学習シート (一部抜粋)

- ・友達と自分の考えは同じだろうか。
- ・友達と自分の考え方の違いは…。
- ・新たに得られる考えは…。

- ・考えは正しいのかな。
- ・考えのつなげ合いは、仲間分けできるかな。
- ・違いはどこなのだろう。
- ・どの方法がいいかな。いつも使える方法は。

小学校第5学年「分数のたし算とひき算」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数科の学習指導の展開
－異分母の分数の減法の計算の仕方を説明し伝え合う活動を通して－

1 単元名 分数のたし算とひき算を考えよう

2 単元の目標と観点別評価規準

分数についての理解を深めるとともに、異分母の分数の加法及び減法の意味について理解し、それらを用いることができる。

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての 技能	数量や図形についての 知識・理解
分数の相等及び大小についての考えを生かして、異分母の分数の加法及び減法の計算の仕方を考えようとしている。	異分母の分数の加法及び減法の計算の仕方を考えている。 乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法の計算の仕方を考えている。	異分母の分数の加法及び減法の計算ができる。 乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法の計算ができる。	異分母の分数の加法及び減法の意味について理解している。 乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法の意味について理解している。

3 単元について

(1) 教材について

児童は、第4学年で同分母の分数の加法及び減法の計算について学習している。異分母の分数の加法及び減法の計算の仕方を考え、説明する際には、言葉、数、式、図、数直線などを用いることによって、自分の考えを数学的に表現したり、よりよい考えに高め合ったりするような算数的活動を取り入れたい。

(2) 児童の実態について

実態調査から、同分母の分数の加法や減法の計算では、帯分数の計算になると誤答が増えている。本単元では、通分することによって単位分数の幾つ分として考えられることが大切である。

実態調査（平成23年9月15日実施 調査人数22人）

○ 同分母の分数の加法（正答数）	○ 同分母の分数の減法（正答数）
・仮分数どうしの計算 21人	・仮分数どうしの計算 19人
・帯分数どうしの計算 19人	・帯分数どうしの計算 18人

4 単元の指導計画（11時間扱い）

第1次 分数の大きさ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 5時間

第2次 分数のたし算とひき算・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 4時間

時	学習内容	関	考	技	知	観点別評価規準
1	異分母の分数の加法	○				異分母の相当、大小についての考えを生かそうとしている。 異分母の分数の加法の仕方を考えている。
2	異分母の分数の減法		○			異分母の分数の減法の仕方を考えている。
3	異分母の分数の加法 (答えの約分, 答えが1より大きい計算)				○	答えが約分できるときは、約分することを理解している。
4	異分母の分数の減法(約分, 3口の加減)				○	異分母の分数の3口の加減計算ができる。

第3次 練習・・ 2時間

5 本時の授業

(1) 目標

異分母の分数の減法の仕方を考えることができる。

(2) 主題に迫るための手立て

異分母の分数の減法の仕方を、言葉、数、式、図、数直線などを用いて考えさせ、妥当性、関連性、有効性の検討を行う場を設ける。

(3) 準備・資料

ワークシート、面積図、数直線、学習シート

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価
<p>1 学習問題を知り、学習課題をつかむ。</p> <p>学習問題</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>牛乳が$\frac{2}{3}$Lあります。調理クラブで$\frac{1}{2}$L使いました。 残りは何Lあるでしょう。</p> </div> <p>式 $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$</p> <p>学習課題</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>分母がちがう分数のひき算の計算の仕方を考えましょう。</p> </div> <p>解法の見直し</p> <ul style="list-style-type: none"> 分母が同じなら、4年生の時の計算と同じに考えられる。通分すればよい。 <p>2 計算の仕方を考える。</p> <p>(1) 自力解決する。</p> <p>面積図、数直線、式などを用いる。</p> <p>(2) 友達の式や図などから考えを読む。</p> <p>3 全体場で、提示された考え方を話し合い、妥当性を明らかにする。</p> <p>4 グループでそれぞれの考えについて共通性やよさについて話し合う。</p> <p>○関連性の検討</p> <p>$\frac{2}{3}$と$\frac{1}{2}$に共通する単位分数を求め、$\frac{1}{6}$のいくつ分で計算している。</p> <p>○有効性の検討</p> <p>図の直感的なよさ、通分による一般性</p> <p>5 全体で確認し、計算の仕方をまとめる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>分母がちがう分数のひき算では、通分して共通な単位分数のいくつ分として計算する。</p> </div> <p>6 振り返りをし、練習問題を解く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 本時の学習問題をもとに立式し、前時の学習との相違点から、学習課題を設定する。 異分母の分数の減法における「通分の意味」について考えることも課題であることを伝える。 計算の仕方を表現する際に、「単位分数のいくつ分」という言葉を捉えることができるように助言する。 解決の糸口が見いだせない児童には、通分や単位分数について助言する。 面積図や数直線では、共通な単位分数を明らかにすることで、通分する単位分数である$\frac{1}{6}$を見いだせるように助言する。 自力解決の三つの考え方の表現から「単位分数の幾つ分」として考えられていることを読み取ることで、妥当性、関連性の検討の充実を図るようにする。 本時の関連性の検討では、三つの考え方の共通性を見いだすこと、有効性の検討では考え方のよさや不十分さに気付くことをポイントとして検討できるように学習カードの活用を図る。 視覚的な面積図や数直線に比べ、常に活用できる方法としての通分を用いた式による表現が有効であることに気付かせる。 まとめでは、課題として示した表記、検討場面で見いだされた表現を用いるようにする。 <p>㊦ 異分母の分数の減法の仕方を考えている。 (観察、ワークシート)</p>

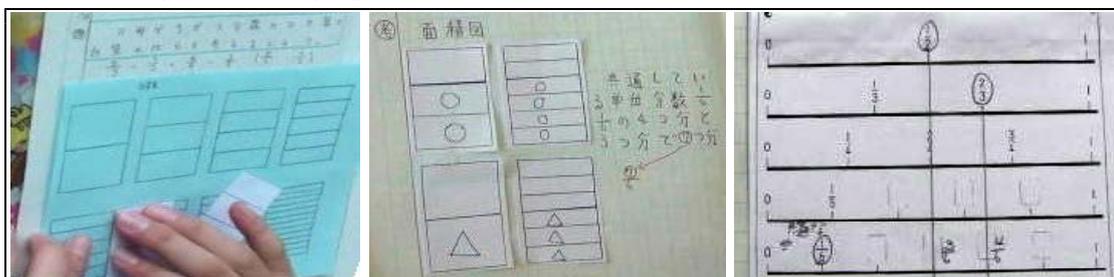
6 授業の実際

(1) 比較検討の場の工夫

ア 妥当性の検討

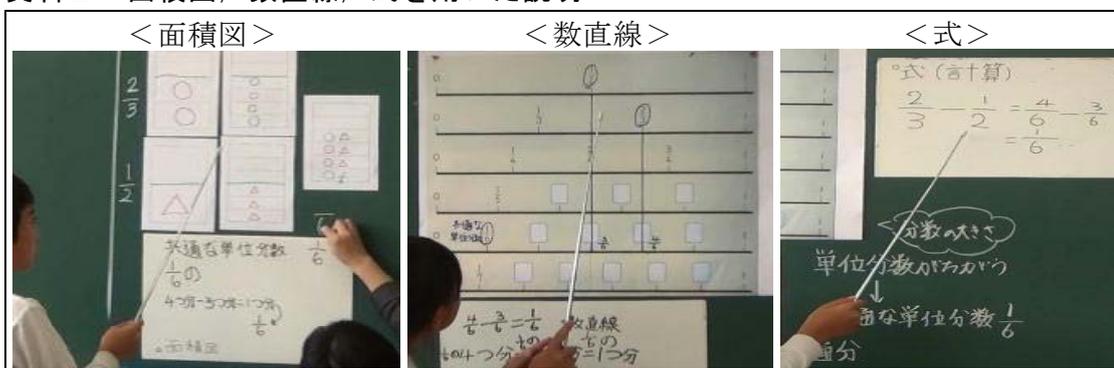
異分母の分数の減法において、形式的に通分をして計算するのではなく、単位分数をそろえて計算するという基本を押さえたいと考えた。そこで、単位分数の幾つ分として通分を考えるために、面積図や数直線などの数学的な表現を用いて問題解決に取り組んだ。クリアファイルに数種類の分数の図や第4学年の分数の学習で用いた数直線を数枚印刷して入れておき、児童が自由に数学的な表現を用いることができるように環境を整えた。児童は資料1のノートのように、言葉、数、式、図、数直線を用いて、異分母の分数の減法の計算の仕方を考え、数学的な表現をすることができた。

資料1 面積図や数直線を用いたノートの例



資料2のように、面積図、数直線、式による考え方を提示した。全体で、それぞれの考え方を解釈し、他者説明によって妥当性の検討を行った。一つ一つの考え方を説明し合いながら妥当性を確認し、この活動につながるように活動を進めた。

資料2 面積図、数直線、式を用いた説明



イ 関連性・有効性の検討

グループごとに「◎考えのつなげ合い・・・共通しているところ」と「○いつも使える方法」という二つの観点で、アで示された数学的な表現を検討する活動を取り入れた。グループごとに話し合ったことを資料3のようにボードに表して提示し、それらを学級全体で解釈し、関連性・有効性の検討を行った。

◎各グループに共通している言葉→「通分」，「単位分数」，「いくつ分」

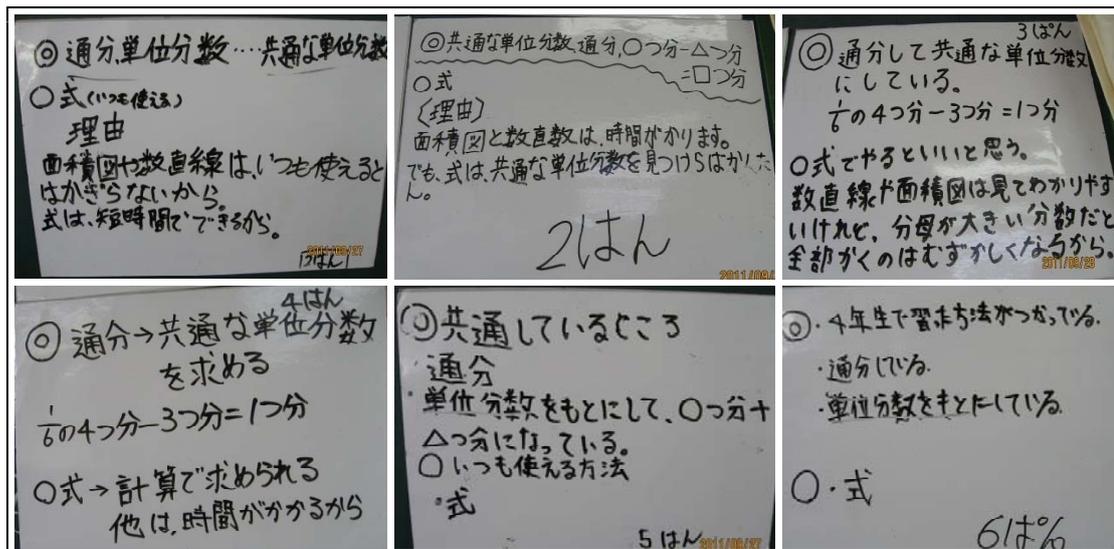
○いつも使える方法→式

〔理由〕 $\cdot \frac{1}{100}$ の時など、図や数直線はいつも使えるとは限らない。

・時間がかからない。

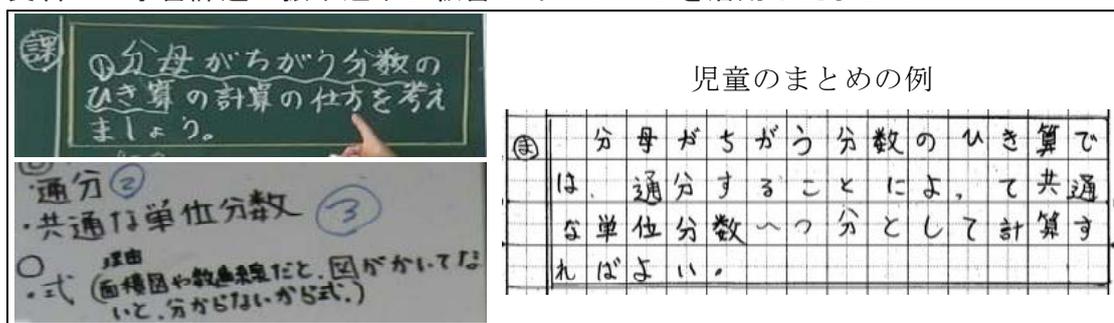
〔他の考え〕面積図や数直線は、見て分かりやすいという良い面もある。

資料3 各グループの考え



この検討の後、学習課題を振り返りながら学習のまとめを行った。児童は、資料4のように板書のキーワードを活用しながら自分の言葉でまとめを行った。

資料4 学習課題の振り返りと板書のキーワードを活用したまとめ



ウ 解法を選択

類似問題による練習問題2問に取り組んだ。計算の仕方を表しながら解かせたところ、全員が通分を用いた計算の仕方を選択し、正答を導くことができた。

(2) 学習シートの活用

本時の学習では、【授業研究3】で示した学習シートの流れにそって授業を行うことで、自分で考えることへの見通しをもち、学習に取り組めるようにした。

ノートの記述から、図、数直線、式を用いて考えることができた児童は21人中20人、友達の考えを読み取ることができた児童は19人であった。また、友達の説明を聞いたり、話し合ったりすることによって、全員のノートに考えの深まりを表す記述が見られた。

7 成果について

- (1) 個（自力解決）→一斉（妥当性の検討）→グループ（関連性・有効性の検討）→個（解法を選択）の学習過程において、計算の仕方を説明し伝え合う活動を通して考え方の比較検討を行うことで、数学的な思考力や表現力を高めることができた。
- (2) 学習カードを見ながら「ノートにつけたしながら書くことができた。」「友達の発表を聞いたり、自分の意見をちゃんと言えたりした。」「みんなと話をつなげて話合いができた。」と学習感想を述べている児童が多く、学習カードが有効であった。

**中学校第1学年「文字と式」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ数
学科の学習指導の展開**

－文字を用いた式を使って，説明し伝え合う活動を通して－

1 単元名 文字と式

2 単元の目標及び観点別評価規準

文字と文字を用いた式の有用性を理解し，必要に応じ用いることができ，文字を用いた式の計算の仕方を理解し，実際に計算することができる。

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
様々な事象を文字や文字式でとらえたり，それらの性質や関係を見いだしたりしようとしている。	文字や文字式を活用しながら，事象を見通しをもって論理的に考察し表現したり，その過程を振り返って考えを深めたりすることができる。	文字式で表現したり，その意味を読み取ったり，文字式で乗法や除法を表したり，簡単な一次式の加減と減法の計算をしたりすることができる。	文字を用いることの意味や有用性を理解している。

3 単元について

(1) 教材について

文字については，小学校において新規の内容として第6学年「文字を用いた式」で a や x などを学習している。中学校では，文字や文字式を用いることによって数量やその関係を簡潔明瞭に一般的に表現できるようにさせたい。文字を用いた式には，自分の思考の過程を表現し，他者に的確に伝達できるというよさもある。

(2) 生徒の実態について

実態調査（平成23年6月6日実施 調査人数29人）

「1本50円の鉛筆を x 本買った」という文で，文字 x はどんなはたらきをしていますか。			
・買った鉛筆の本数	… 8人	・分からない数の代わり	… 9人
・□の代わり	… 3人	・いろいろな数の代わり	… 2人
・式を表す	… 2人	・無答	… 5人

実態調査の結果から，小学校の学習について文字のはたらきを理解している生徒は約8割であった。しかし，無答の生徒が2割いて，既習事項において個人差が見られることが分かる。このことから，概念が拡張され，操作・表現の程度が高まり，より一般的・抽象的な見方や考え方ができるように説明を振り返る活動を取り入れる。

4 単元の指導計画（14時間扱い）

第1次 文字と式・・ 7時間

時	学習内容	関	考	技	知	観点別評価規準
1	文字を使った式Ⅰ	○				進んで文字を用いる式を考えようとしている。
2	文字を使った式Ⅱ				○	文字を用いることの必要性や意味を理解している。
3	式をかくときの約束				○	文字を用いた式をかくときの約束を理解している。
4	式による数量の表し方Ⅰ			○		数量関係や法則を，文字を用いた式に表すことができる。
5 本時	式による数量の表し方Ⅱ		○			数量関係や法則を，文字を用いた式でどのように表すのかを考慮することができる。
6	式の表す意味		○			与えられた式の意味を考慮することができる。
7	式の値			○		文字に数を代入して，式の値を求めることができる。

第2次 式の計算・・ 6時間

第3次 練習問題・・ 1時間

5 本時の授業

(1) 目標

数量関係や法則を、文字を用いた式でどのように表したかを説明し、その過程を振り返って考えを深めることができる。

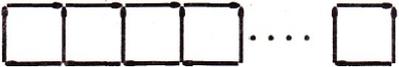
(2) 主題に迫るための手立て

数量関係を文字を用いた式で表し、その理由を説明し伝え合う。その後、「三つ星シート」を利用して、説明の過程を振り返り、再び説明し伝え合う。この一連の説明する活動を取り入れる。

(3) 準備・資料

三つ星シート

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価
<p>1 本時の学習課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 文字を用いた式の説明を振り返り、よりよい説明にしよう。 </div> <p>2 学習問題を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> ㊸ マッチ棒を使って正方形を n 個横に並べるとき、マッチ棒を何本使うか？  </div> <p>3 説明を振り返る。</p> <p>(1) 自分なりの説明を4人グループで行い、「三つ星シート」で振り返る。</p> <p>(2) よりよい説明にする視点を話し合う。 <予想される視点></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 図を使う ・ 具体的な数字を使う ・ 表を使う ・ 理由が明確である ・ 式をかくときの約束を守る <p>(3) 振り返りや話し合いを基に自分なりの説明がよりよい説明になるように改善する。</p> <p>4 改善した説明を4人グループで伝え合い、三つ星で判定をする。</p> <p>5 三つ星の説明を紹介し、文字を用いた式が多様に考えられることを確かめる。 <予想される式></p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $3n + 1$ ・ $4n - (n - 1)$ ・ $1 + 3n$ ・ $4 + 3(n - 1)$ <p>6 本時の学習を振り返り、次時の学習内容を知る。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 前時の学習を踏まえ、文字式が表す数量や数の意味を考えて、説明することを確認する。 ・ 前時に求めた解答を、グループごとに説明し伝え合い、その説明を振り返ることで、よりよい説明にすることを確認する。 ・ 「三つ星シート」には、説明の態度や様子ではなく、説明が分かりやすかった理由や直すと分かりやすい説明になる点を書くことを確認する。 ・ 「三つ星シート」で説明を振り返り、気付いたことを全体で出し合い、よりよい説明はどのような説明か、気付かせ共有できるようにする。 ・ 「三つ星シート」のコメントやよりよい説明にする視点を基に、説明を振り返るように確認する。 ・ 振り返りを基に、説明を再度まとめる過程で、新しく加えたところが分かるように線で囲ませる。 ・ 改善を加えた説明を伝え合う際、星だけでなく、説明を聞いてのコメントも書かせる。 ・ 各自が三つ星判定をして、結果をグループで話し合い、最終判定をさせる。 <p>㊸ 数量関係や法則を、文字を用いた式でどのように表すのかを考えることができる。 (観察, ノート, 三つ星シート)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 求めた式の違いだけでなく、本数を求める考えの違いを表現しているものがあれば、紹介する。 ・ グループ全員が三つ星になるように話し合い、更に改善させる。

6 授業の実際

(1) 前時の学習について

前提となる学習として、マッチ棒を使い、正方形を n 個横に並べたときの数量関係を文字を用いた式で表し、次に自分なりの説明をする展開とした。マッチ棒の課題に入る前には、教科書を用いて代金や割合、道のり・時間・速さについて文字を用いて式で表すことを行った。その際に、生徒から「小学校のときにやった言葉の式に数や文字をあてはめて式で表すといい。」、「みはじやくもわを使えばいいんだ。」といった発言があり、数量関係や法則などを、文字を用いた式で表すことを全体で共有することができた。

マッチ棒の課題では、資料1のように数量関係を文字を用いて式で表すことは多くの生徒ができた。文字を用いた式の計算をまだ学習していないので、自分の考えをそのまま表した。誤答の中に $4 \times n - 1$ とした生徒が7人中4人いて、正方形の辺が重なることは分かるが1だけ引けばよいと判断したと考えられる。

資料1 マッチ棒の課題

表した式	人数
$3 \times n + 1$	16人
$1 + 3 \times n$	2人
$4 \times n - (n - 1)$	2人
$4 + 3 \times (n - 1)$	1人
誤答	7人
無答	1人

(2) 自分なりの説明を振り返る活動

本時では、自分で考えた文字を用いた式を4人グループで説明し伝え合い、資料2の「三つ星シート」でアドバイスを行った。生徒Aは、資料3のように $3 \times n + 1$ を言葉で説明している。この説明に対して、グループの3人からのアドバイスは、資料3のように説明の仕方についてが中心である。また、生徒Aから3人へのアドバイスも、図については触れているが、相手の説明の仕方についてである。このように、「三つ星シート」でのアドバイスが説明の仕方についてである生徒が13人であった。一方、言葉や数、式、図、説明の内容に触れてアドバイスしている生徒は16人であった。

資料2 三つ星シート

三つ星シート☆☆☆	
番 ()	
「	さんの説明」
アドバイス	
1回目の自分なりの説明へのアドバイス	
改善した説明をグループで伝え合い、三つ星をつけよう	
コメント	
2回目のよりよい説明へのコメント	
<div style="border: 2px solid blue; border-radius: 15px; padding: 5px; display: inline-block;"> 判定 ☆ ☆ ☆ </div>	

資料3 生徒Aの説明とコメント

生徒Aの解答と説明	視点を共有する前のコメント		視点を共有した後のコメント
	他の生徒→生徒A	生徒A→他の生徒	生徒A→他の生徒
解答： $3 \times n + 1$ 説明：正方形を1つ作るのにマッチ棒は3本必要。でも、最後に1つ足さないと、最後の正方形の1辺ができなくなる。だから1足す。このような理由から、この式にした。	<ul style="list-style-type: none"> ・声を大きく ・笑わない ・意味が分かるように説明しよう。 	<ul style="list-style-type: none"> ・相手が分かるように説明しよう。 ・自分勝手に終わらない。 ・声を大きくしよう。 ・図をきれいにかこう。 	<ul style="list-style-type: none"> ・式を直して図を見せながら説明していて分かりやすい。 ・難しい説明を具体的な数字を使って分かりやすく説明していた。 ・nを3にしてペンを使って説明しているのがよかった。

(3) よりよい説明にする視点の共有

自分なりの説明をして終わるのではなく、他者の説明を聞き、「三つ星シート」で他者へアドバイスしたり、他者からアドバイスされたりすることで説明を振り返ることができた。そこで、よりよい説明にするために全体で視点を共有した。資料4は、全体で共有した視点である。話し合いの中で「実際の数を入れると分かりやすくなる。」や「いろいろな見方があるんだ。」と気付いた生徒が見られた。生徒Aは、資料3の視点を共有した後のコメントのように、図や実際の例、具体的な数字を用いてアドバイスをすることができた。生徒Aのように、コメントの内容が説明の仕方から数学的な視点をもったアドバイスへと変わった生徒が7人いた。視点の共有により生徒Aも図を用いて帰納的に説明していて、よりよい説明に改善することができた。

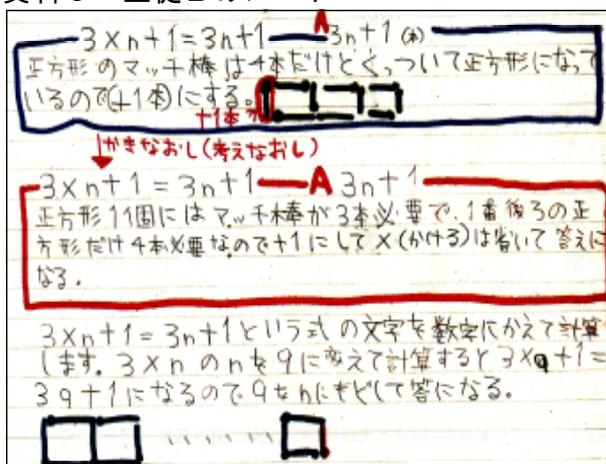
資料4 全体で共有した視点

- ・例をあげる(数字)
- ・見方を変える
- ・図を入れる
- ・質問に答える
- ・話し方
- ・図に色を使う
- ・よい説明のまねをする

(4) 改善した説明を再度振り返る活動

改善後に再度、説明し伝え合う活動を行い、4人グループで三つ星判定を行った。「三つ星シート」を用いてコメントを付けて他者の説明を判定したり、他者から判定してもらったりすることで、2度目の説明を振り返る活動を行った。最後には全員が三つ星になることを目標に再度説明の改善をした。資料5は生徒Bのノートである。よりよい説明にする視点を共有した後、「かきなおし(考えなおし)」として改善をしたものである。生徒Aや生徒Bのような改善をした生徒が多く見られた。自分の考えに新たな視点加わり振り返ったことで、どのようにすればよりよい説明にすることができるのか考え、表現することができたと考えられる。

資料5 生徒Bのノート



三つ星判定をしたこと感想では「星が三つもらえてうれしかった。」という回答が多かったが、「自分がどのくらいうまく説明できているか分かった。」、「同じ式でも説明が違ふことが分かった。」、「みんなが自分の説明を理解してくれてうれしかった。」、「友達の新たな意見が聞けたのでよかった。」などの感想もあり、視点が広がったことが分かる。

7 成果について

- (1) 自分なりの説明を振り返る活動において、他者の説明に対してアドバイスをし、他者からのアドバイスにより自分の説明を振り返り、説明を改善することで、数学的な表現力を高めることができた。
- (2) よりよい説明にする視点を共有することで、新たな気付きがあり、言葉や数、式、図などを適切に用いて表現することができた。
- (3) 改善した説明を再度振り返る活動を行うことで、ただ単に自分の考えを説明して終わるのではなく、自分なりの説明を相手に分かりやすく伝えようとし、自分の考えを見直し改善することにより、数学的な思考力を高めることができた。

**中学校第1学年「一次方程式」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ
数学科の学習指導の展開**

－目的に応じて結果を検討し、説明し伝え合う活動を通して－

1 単元名 一次方程式

2 単元の目標及び観点別評価規準

方程式とその解の意味を知り、等式の性質を用いて一次方程式の解法を理解し、実際に解くことができる。

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に方程式を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	方程式を活用しながら、事象を見通しをもって論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりすることができる。	等式の性質を用いて一元一次方程式を解くことができる。	方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解している。

3 単元について

(1) 教材について

中学校第1学年の「文字と式」では、文字を用いて数量や数量の間の関係を式で表すことや一次式の計算を学習している。また、本単元の内容は、第2学年の「連立方程式」や第3学年の「二次方程式」へと続いていくため、既習の解き方と方程式を使った解き方のそれぞれの解き方のよさや解き方の手順を考えさせたい。

(2) 生徒の実態について

実態調査（平成23年9月16日実施 調査人数28人）

問 題	正答	誤答	無答
・ $b \times 5 \times a$ を、文字を用いた式の表し方	25人	2人	1人
・ 答えが $210a$ で表される式を選ぶ問題	19人	9人	0人

調査の結果から、文字を用いた式の表し方についてはおおむね理解ができています。しかし、与えられた文字式を具体的な事象と関連付け、その意味を読みとることにしては3割の生徒ができない。文字の役割を理解したり、そのよさを実感したり、様々な問題解決の場面で文字式を利用することが必要である。以上のことから、方程式の必要性と意味を理解し、数量の関係や法則を表現して処理したり、具体的な場面で一元一次方程式を用いたりできるように説明を振り返る活動を取り入れる。

4 単元の指導計画（13時間扱い）

- 第1次 方程式・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間
- 第2次 一次方程式の解き方・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 6時間
- 第3次 一次方程式の利用・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 4時間

時	学習内容	関	考	技	知	観点別評価規準
1	一次方程式を使った問題の解き方				○	一元一次方程式を活用して問題を解決する手順を理解している。
2	速さの問題				○	数量やその関係を文字式で表し、解くことができる。
3 本時	解の意味		○			求めた解や解決の方法が適切かどうかを振り返って考えを深めることができる。
4	比を使った問題				○	比の性質を使って、方程式の問題を解くことができる。

- 第4次 練習問題・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 1時間

5 本時の授業

(1) 目標

具体的な事象の中の数量の関係を捉え、求めた解や解決の方法が適切であるかどうかを振り返って考えを深めることができる。

(2) 主題に迫るための手立て

具体的な事象から一次方程式となる関係を捉え、求めた解や解決の方法を考え、説明し伝え合う。その後、「三つ星シート」を活用して、説明の過程を振り返り、再び説明し伝え合う。この一連の説明する活動を取り入れる。

(3) 準備・資料

1000円紙幣，80円切手，50円切手，三つ星シート

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価
<p>1 本時の学習課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>方程式の解や解決方法を振り返り、考えを深めよう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・前時の学習を踏まえ、方程式を解く手順を確認する。
<p>2 学習問題1を確認する。</p> <div style="border: 3px double black; padding: 5px;"> <p>㊦ 1 現在，中学1年生は13歳，金子先生は43歳です。金子先生が今の中学1年生の年齢の4倍になるのはいつか。</p> </div> <p>(1) ㊦ 1の解き方の説明をグループで行い、「三つ星シート」で振り返る。 (2) よりよい説明の視点を話し合う。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・方程式が解けた生徒には，解答の確認を促すように促す。 ・話し合いが活性化していないグループには，お互いの考えをつなぎ合うよう助言する。 ・「三つ星シート」に，説明の態度や様子ではなく，説明が分かりやすかった理由や直すと分かりやすい説明になる点を書かせる。 ・グループで解決する途中，よりよい説明にするための視点を考えさせ，方程式の解を吟味する必要性があることに気付かせる。 ・学習問題2を解決し，説明を考える際に，全体で共有したよりよい説明にするための視点を意識して考えるように助言する。
<p>3 学習問題2を確認する。</p> <div style="border: 3px double black; padding: 5px;"> <p>㊦ 2 金子先生は80円切手6枚と50円切手を何枚か買って，代金がちょうど1000円になるようにしようと考えた。このような買い方はできるか。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・求めた解や解決の方法が適切であるかどうかを振り返って考えを深めることができる。 (観察，三つ星シート)
<p>4 ㊦ 2の解や解決方法を4人グループで伝え合い三つ星判定をする。</p>	
<p>5 三つ星の説明を紹介し，解の意味について確かめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・説明を伝え合う際に，三つ星判定だけでなく説明を聞いてのコメントも書かせる。
<p>6 本時の学習を振り返り，次時の学習内容を知る。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・振り返りを基に，事象の中の数量の関係を捉え，解の吟味の必要性を確認する。

6 授業の実際

(1) 課題設定の工夫

具体的な事象の中の数量の関係を捉えるために、教科書の課題のAさん、Bさんを教師（43歳）と中学1年生（13歳）という設定にした。課題提示は、教師の年齢を画用紙の表に〇〇歳と表示し、裏に数字を示した。生徒に年齢を当てさせるゲームを導入とした。2問目では、1000円紙幣と50円、80円切手などの具体物を用意した。

(2) 自分なりの説明を振り返る活動

前時の学習では、代金や速さの事象について、一次方程式を用いて解いた。その際に、解き方として、求めるものを x とし、方程式をつくり、解を問題の答えにすることを共有した。問題1では、一次方程式を用いて解決した生徒が約半数おり、資料1のように表現して解決した生徒が5人、言葉だけで帰納的に説明している生徒が4人いた。よりよい説明にするための視点を明確にするため、4人グループで説明し伝え合い、「三つ星シート」で互いにアドバイスをを行った。

生徒Aは、資料1を見せながら説明していた。この説明に対してグループの3人からアドバイス（資料2）は「完ぺき」、「矢印とかがあって分かりやすい」とあり、図を使っただけの説明がどうであったかというアドバイスになっていた。また、生徒Aから3人へのアドバイスも、図については触れているが、説明が分かったから完璧というアドバイスになっている。このように、「三つ星シート」で説明の仕方についてアドバイスをした生徒が14人、言葉や数、式、図についてアドバイスをした生徒が13人であった。

(3) よりよい説明にする視点の共有

自分なりの説明をした後に、他者の説明を聞き、「三つ星シート」を利用して、アドバイスをしたり、他者からアドバイスをされたりすることで説明を振り返る活動を行った。アドバイスの記述内容が説明の仕方についてであるものが半数を占めていたため、説明を振り返ることにより新たに気付いたよりよい説明にするための視点を全体で共有した。資料3は、全体で共有した視点である。

全体での共有後、代表生徒2人に黒板で説明をさせた。1人目は、生徒Aであり、資料1の説明をした。2人目は、一次方程式を使って説明した生徒である。解の-3年後を正負の数の学習を思い出し、3年前とするのが適切であることを

資料1 生徒Aの問題1での説明

① 金子先生	←←←←	中学1年生
43歳	4倍(いつ)	13歳
3年前に戻る		
-3ずつ		
40歳	←←←←	10歳
A -3歳		

資料2 「三つ星シート」のアドバイスの記述

他の生徒→生徒A	生徒A→他の生徒
・矢印とかがあって分かりやすい	・図を入れて分かりやすくしたほうが良い
・完ぺき(2人)	・完ぺき(2人)

資料3 全体で共有した視点

・言葉	・式	・表
・文字	・図	・数直線

資料4 生徒Aの問題2での説明

$(80 \times 6) + (50 \times x) = 1000$
$480 + 50x = 1000$
$50x = 1000 - 480$
$50x = 520$
$x = 10.4$
答え：買い物に行けない。

確認した。生徒Aは、問題2で資料4のように一次方程式を用いて考えており、視点を共有したことで、式を用いた考え方に見直したと考えられる。

(4) 改善した説明を再度振り返る活動

「三つ星シート」を用いて、説明を振り返り、視点を共有した後に、求めた解や解決の方法を説明する活動を再度行った。そして、4人グループで説明に対して資料5のように三つ星判定を行った。「三つ星シート」を用いてコメントをつけて他者の説明を判定したり、他者から判定してもらったりすることで、再び自分の説明を振り返る活動を行った。最後に三つ星の生徒を指名し、全員の前で説明させ解の吟味の必要性を確認した。生徒Aが「三つ星シート」に書いたコメントは、「計算の仕方を説明してよかった。」、「まとめて発表し図があつて分かりやすかった。」であり、説明の視点が変化した。

視点を共有したことで、振り返り、どのようにすれば説明し伝え合うことができる

のかを考え、表現するようになった。資料6の生徒Bは、買い物に行けないなら、行けるようになるためにはどうすればよいかを考え、説明している。このような説明を考えた生徒も5人いた。自分なりの説明が、根拠を明らかにし筋道を立てた説明に近づいたと考えられる。

資料5 「三つ星シート」の記載

三つ星シート☆☆☆	
番 ()	さんの説明
アドバイス	
図が分かりやすい。 指をさしてやってもうとわかりやすかった!	
「改善した説明を4人グループで伝え合い、三つ星をつけよう。」	
コメント	
最初の式をきいてからく説明をしてたから、もう 分かりやすくなった。 図の説明も良かった 色をふんばんに使ってた。	
<div style="border: 2px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> 判 定 </div>	
	

資料6 生徒Bの説明

<p>80円切手が5枚だと きる。</p> $80 \times 5 + 50 \times x = 1000$ $400 + 50x = 1000$ $50x = 1000 - 400$ $x = 12$ <p>80円...5枚 50円...12枚 はいきれない</p>	<p>図 1000円 おつりなし 80円切手...6枚 50円切手...?枚</p> $80 \times 6 + 50 \times x = 1000$ $480 + 50x = 1000$ $50x = 1000 - 480$ $50x = 520$ $x = 10.4 \text{ (枚)}$ <p>おとす</p>
--	---

7 成果について

- (1) 自分なりの説明を振り返る活動を通して、相手を意識して分かりやすく伝えるためにはどうすればよいかを考えることで、自分の考えを整理し、更に深めることができ、数学的な思考力を高めることができた。
- (2) よりよい説明にするための視点を共有することで、新たな気付きがあり、言葉や式、表、文字などを用いて説明を改善するなど、数学的な表現力を高めることができた。
- (3) 改善した説明を再度振り返る活動についての感想には、「自分の説明に足りないことが分かった。」、「1回目より2回目の方がきちんと説明できた。」とあり、自分の説明を振り返ることで、一人一人の説明の質を高めることができた。

**中学校第2学年「連立方程式」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ
数学科の学習指導の展開**
—式をつくり方と解の妥当性を説明し伝え合う活動を通して—

1 単元名 連立方程式

2 単元の目標及び観点別評価規準

連立二元一次方程式を解くことの意味を理解し、問題に応じて手際よく解くことができ、連立方程式を使って実際的な問題の解決に用いることができる。

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
連立方程式に関心を持ち、連立方程式の解法の習熟に 進んで取り組もうとする。	連立方程式を使って実践 的な問題の解決方法を考 えることができる。	代入法や加減法を用い て、問題に応じ手際よく 解くことができる。	二元一次方程式と連立方 程式、その解の意味を理 解している。

3 単元について

(1) 教材について

方程式については、第1学年で一元一次方程式を学習しているが、二元方程式を扱うのはこの単元が初めてである。二元一次方程式は、一元一次方程式にもう一つ変数が増えた方程式であるが、具体的な事象を定式化しようとしたとき、二つの変数でなければ表せない事象があるという認識をもたせ、方程式の文字や解の意味を明らかにし、それを連立させることの意味とその解の意味、その求め方を理解することを大切にする。

(2) 生徒の実態について

実態調査（平成23年6月27日実施 調査人数29人）

問 題	正答	誤答
・ $6x + 2y - 5x - 4y$ を計算しなさい。	28人	1人
・ $2x - 5(x - 1) = 17$ を解きなさい。	23人	6人
・ 連立方程式 $2x + 3y = 12$, $2x + y = 8$ を解きなさい。	20人	9人

実態調査を行った結果から、一元一次方程式の学習内容の理解が十分でない生徒が多いことが分かる。本単元では、一元一次方程式の計算や等式をつくり方など、既習事項を見直しながら学習を進めていきたい。また、連立方程式の利用については、文章問題になるため、問題から数量関係を見いだせるように指導する。

4 単元の指導計画（11時間扱い）

第1次 連立方程式・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・7時間

第2次 連立方程式の応用・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・4時間

時	学 習 内 容	関	考	技	知	観点別評価規準
1	連立方程式を使って問題の解き方を考える。	○				具体的な事象に関心を持ち、連立方程式を利用して、問題を解決しようとする。
2	速さの問題を連立方程式を使って考える。				○	速さの問題を解決するために、連立方程式を利用できることを理解している。
3	割合の問題を連立方程式を使って考える。				○	連立方程式を利用して割合の問題を解くことができる。
4 本時	連立方程式の問題をつくり、つくった問題を解く。		○			具体的な事象の中の数量の関係を捉え、連立二元一次方程式をつくり方を考えることができる。

5 本時の学習

(1) 目標

具体的な事象の中の数量の関係を捉え、連立二元一次方程式のつくり方を考えることができる。

(2) 主題に迫る手立て

題材シートを用いて、ペアで連立方程式についての問題づくりを行い、二組のペアが互いに解き合い、解いた問題を説明し伝え合う活動を取り入れる。

(3) 準備・資料

スケッチブック，題材シート

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価	
	T 1	T 2
<p>1 本時の学習課題を知り、連立方程式の問題のつくり方を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>身の回りのことから、連立方程式の問題をつくり、解き方を考えよう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> 連立方程式の問題をつくるためには、二つの文字を用い、二つの式ができる場面がなくはないことを確認する。 具体的に二つの数の和や差から、二つの文字や二つの式ができる場面を確認し、問題を提示する。 	
<p>2 題材シートを用いて、身近な事象から数量関係を見だし、連立方程式の問題づくりをする。</p> <p>(1) ペアで問題づくりをする。</p> <p>(2) つくった問題をスケッチブックに書く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 問題をつくりやすいように、題材シートを配る。 つくった問題から二つの式ができるかどうかを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 問題がつかれないペアは、題材シートのAの問題でつくらせる。
<p>3 4人グループで、問題を解き合う活動をする。</p> <p>(1) 互いの問題を解き合う。</p> <p>(2) 解いた問題の解答と式のつくり方を説明する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ペアを二組合わせて、4人グループをつくり、つくった問題を発表し、互いの問題を解くことを確認する。 説明の際に、どの二つの数量に着目して式を立てたのか、また解は正しいかを発表することを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> うまく説明できないペアには、具体的にどの二つの数量に着目して式をつくれるかなど、個別に指導する。
<p>4 代表のグループが、みんなの前で説明する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ④具体的な事象の中の数量の関係を捉え、連立二元一次方程式のつくり方を説明することができる。(観察、スケッチブック) 方程式のつくり方と解答を発表することを確認する。 	
<p>5 本時の学習のまとめをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 本時の感想や分かったことを書く。 	

6 授業の実際

(1) 題材シートについて

生徒は、文章問題が苦手な傾向にあるため、途中で考えることを諦めてしまうことが多い。そこで、与えられた問題を解くのではなく、身近な事象の中から連立方程式の問題を生徒自身がつくるようにした。しかし、生徒にとって問題をつくるのは難しいと考えられるので、資料1のような題材シートを用意した。シートの各場面右下のA, B, Cは教師が難易度を記入したもので、Aは易しく、Cが難しいと思われる題材である。生徒が自分の力に応じた題材を選び、問題づくりができるようにした。

(2) 問題をつくる活動

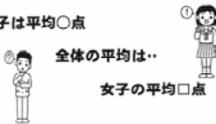
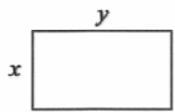
隣同士でペアをつくり、題材シートを利用して連立方程式の問題づくりを行い、つくった問題は、スケッチブックに書いた。資料2のように話し合いながら問題をつくる様子が見られた。しかし、問題を複雑にしようとするペアや、なかなか問題ができないペアもあり、そのようなペアには、T2と協力しながら二つの式ができるような場면을助言したり、導入で示した課題を参考に数値を変えたりするように指導した。最終的にはどのペアも問題

をつくることのできた。資料3は、生徒がつくった問題の抜粋である。つくった問題から二つの式ができるかどうかをペアで話し合いながら確認することができた。早く問題をつくることのできたペアは、問題文に誤りがないかを確認したり、連立方程式を計算し、問題として正しい解が出るかどうかを吟味したりしていた。問題として正しい解がでなかったペアは、問題の数値を修正しながら取り組むことができた。

(3) 問題を互いに解き合う活動

資料4のように、2人のペアを二組合わせて、4人グループをつくった。そして、スケッチブックに書いた問題を発表し、互いに解き合う活動を行った。相手のペアの問題を、生徒同士で話し合いながら、解いている様子が見られた。問題が解けないペアに対しては、T2と机間指導を行い、どの数量に着目すれば式ができるか助言した。また、

資料1 題材シート

バスケットボールの 2点, 3点シュートの回数と合計得点  B	野菜や果物の個数と代金  A
全校生徒に対する部活の部員数の割合  C	子どもの人数と配る鉛筆の本数  B
学級のテストの平均点と人数 男子は平均○点 全体の平均は… 女子の平均□点  C	速さの問題  A町→→ B町→→ C町 C
2けたの自然数 $10x + y$ 十の位の数… 一の位の数…  B	長方形の縦, 横の関係と周りの長さ  B
植物の合計金額 (2通り)  A	ねずみランド大人と小人の 人数と入園料  A

資料2 問題づくりにおける話し合い

S₁: 時速何kmとか距離が何kmとかやった問題があったじゃん。それをやろうと思ったけどこっちの方(長方形の縦, 横の関係と周りの長さ)が考えやすいかなと思って。

S₂: うん, 確かに

S₁: 縦が x , 横を y としたとき x を2倍すると y に等しくなるとか。周りの長さが分かっている…

S₂: 周りの長さが偶数の方が作りやすいよ。

問題をつくったペアからヒントを出してもらいながら活動しているペアも見られた。

相手のペアに解き方を説明する活動では、どの二つの数量に着目して式をつくったか、解が存在すると言えるのかなどを相手のペアに説明することができた。ペアの中には、解が存在するか不安そうに説明していたが、解が存在すると分かり、改めて根拠を確認する姿が見られた。逆に、正しい解が存在しない問題を作ったペアは、問題をつくることの難しさを改めて感じていた。

(4) 全体で説明し伝え合う活動

資料5は、グループの中から代表の2組が、みんなの前で発表した時の様子である。一方のペアがつくった問題について、他方のペアが式のつくり方を説明した。1組目は、自分たちでつくった二つの式と、求めた解を筋道立てて説明することができた。2組目は、二つの式をつくり、答えを求めようとしたが、解が存在しない（個数を求めるのに答えが負の数になる問題）ため、問題としておかしいことを説明できた。問題は正しくつくれなかったが、解の吟味をしなくてはいけないことを全体で実感することができたと考える。

7 成果について

(1) 題材シートを利用して問題づくりを行うことで、生徒は互いに意見やアイデアを出し合いながら考えることができた。また、自分では気付かなかった友達の考えを聞くことで、自分の考えを広げることができ、数学的な思考力を高めることができた。

(2) 問題を互いに解き合う活動をペアで行うことで、ペアの友達とのやり取りで自分の分からないことを教えてもらったり、作問したペアからヒントをもらったりしながら、

つまづきを解決することができた。(3) 全体で説明し伝え合う活動を行うことで、連立方程式の式のつくり方や解の吟味などを、自分の言葉で説明することによって、数学的な表現力を高めることができた。

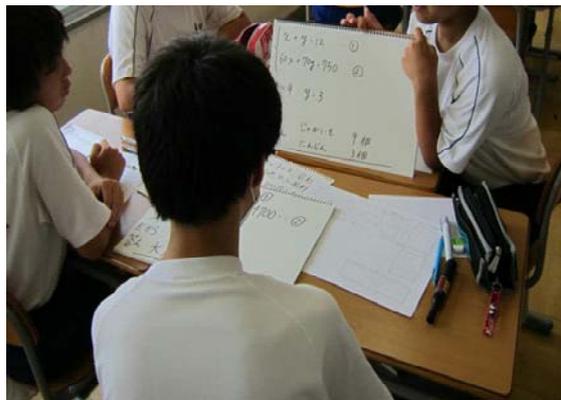
資料3 生徒たちがつくった問題

長方形の周の長さは90cmで、横の長さは縦の長さの3倍より5cm小さい。この長方形の縦と横の長さを求めよう。

ある遊園地に大人と子供合わせて34人来ました。遊園地の入場料は大人1人1300円、子ども1人800円です。合計金額は34700円でした。大人と子供の人数を求めなさい。

ある学級の全体の人数は40人です。全体の平均点は76点でした。そして、男子の平均点は72点で女子の平均点は80点でした。男子と女子の人数を求めなさい。

資料4 グループで説明し伝え合う様子



資料5 全体で発表している様子



中学校第2学年「一次関数」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開
—具体的な事象をとらえ、説明し伝え合う活動を通して—

1 単元名 一次関数

2 単元の目標及び観点別評価規準

事象の中にある一次関数の関係にある二つの数量を見だし、表、式、グラフを用いて、一次関数の特徴を理解することができる。

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
具体的な事象の中から、一次関数を見出し、表、式、グラフなどを用いて、その特徴を調べようとする。	具体的な事象の中から、一次関数を的確にとらえ、グラフの傾きや切片と式や表とを統合的に見ることができる。	一次関数のグラフをかき、その変化の割合を求めることができる。伴って変わる二つの数量関係を表や式、グラフに表すことができる。	一次関数の意味や変化の割合、表や式、グラフの特徴を理解している。

3 単元について

(1) 教材について

関数については、小学校で、簡単な表やグラフをかくなど比例の基本的な性質を学習してきている。中学校では、変数を負の数まで拡張した上で、比例や反比例の関係を学習するとともに、変化と対応、変数と変域、座標などの意味を学習してきた。

(2) 生徒の実態について

実態調査（平成23年10月5日実施 調査人数29人）

問 題	正答	誤答
・比例関係の対応表を完成することができる。	23人	6人
・比例関係を式で表すことができる。	19人	10人
・比例関係のグラフを書くことができる。	18人	11人

多くの生徒は、式や対応表、グラフの理解が不十分なために、関数に対して強い抵抗感をもってしまう場合がある。本単元では、数量関係を対応表や式、グラフなどから見いだせるようにし、互いに関連し、変化していく事象の関係を的確に捉えさせる。

4 単元の指導計画(16時間扱い)

- 第1次 一次関数・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 8時間
 第2次 方程式とグラフ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間
 第3次 一次関数の利用・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 5時間

時	学 習 内 容	関	考	技	知	観点別評価規準
1	身近な事象の中から一次関数を考える。	○				一次関数を利用して、身近な事象の中から一次関数を見いだそうとしている。
2	実験で得られた値から一次関数を考える。				○	実験における問題の解決に一次関数を用いることを理解している。
3	図形の問題から一次関数を考える。			○		図形の問題において、一次関数を見だし、見いだした関数を用いて問題を解くことができる。
4	身近な事象の中から一次関数の問題をつくる。		○			身近な事象の中から、伴って変わる二つの数量を見だし、一次関数の問題を考えることができる。
5 本時	つくった一次関数の問題の解き方を考える。		○			与えられた問題から一次関数を捉え、表、式、グラフなどを用いて問題の解決方法を考えることができる。

5 本時の学習

(1) 目標

友達がつくった問題から一次関数の関係を見だし、表、式、グラフなどを用いて問題の解決方法を考えることができる。

(2) 主題に迫るための手立て

題材シートを用いて、ペアで一次関数についての問題づくりを行い、二組のペアが互いに解き合い、解いた問題を説明し伝え合う活動を取り入れる。

(3) 準備・資料

スケッチブック、ワークシート、題材シート

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価	
	T 1	T 2
1 本時の課題を確認する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content;"> つくった問題から一次関数をとらえ、解き方を説明してみよう。 </div>	<ul style="list-style-type: none"> 前時の学習課題を用いて、一次関数を捉え、表、式、グラフなどを用いた解き方を簡単に確認する。 	
2 4人グループをつくり、問題を解き合う活動をする。 (1) 互いの問題を解き合う。 (2) 解いた問題の解答を表、式、グラフを用いて解を説明する。	<ul style="list-style-type: none"> ペアを二組合わせて4人グループをつくり、スケッチブックにかいた問題を発表し、互いの問題を解くよう話す。 表、式、グラフの解き方で、それぞれの特徴をきちんと説明ができるようにする。 順調に進んでいるペアには、別の解き方も考えてみるよう話す。 	<ul style="list-style-type: none"> 進度が遅いペアには、式を使って考えてみるよう助言する。
3 グループを変えて、互いの問題の解き方を説明する。	<ul style="list-style-type: none"> ペアを別のペアと合わせて、4人グループをつくるよう話す。 	<ul style="list-style-type: none"> スムーズに活動が進むように声をかける。
	㊦友達がつくった問題を、表、式、グラフを用いて解決する方法を説明することができる。 (観察、スケッチブック、ワークシート)	
4 代表の生徒が、みんなの前で説明する。	<ul style="list-style-type: none"> 発表においては、表、式、グラフを用いて説明するように助言する。 	
5 本時の学習のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> 本時の感想や分かったことを書く。 	

6 授業の実際

(1) 題材シートについて

一次関数の利用において、生徒自身の問題づくりとつくった問題を解き合う活動を1時間ずつ設定した。そして、一次関数の問題をつくるために、前提となる学習として、速さの問題を取り上げ、式、表、グラフの考え方を使って解き方の確認をした。しかし、速さの問題の課題だけでは問題をつくるのは難しいので、【授業研究7】と同様に、資料1のような身近な事象をまとめた題材シートを用意した。この題材シートを利用することで、伴って変わる二つの数量や条件を決めやすくなり、一次関数の問題がつくりやすくなった。

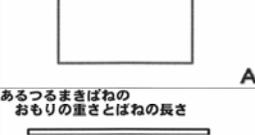
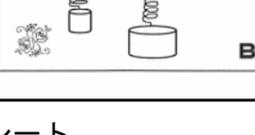
(2) 問題をつくる活動

ペアで一次関数の問題づくりを行うため、題材シートとワークシートを用意した。資料2は、生徒が問題づくりに用いたワークシートである。問題づくりは、最初に題材を選び、次に伴って変わる二つの数量や条件を決め、さらに、一次関数の関係式になるか確かめ、最後に問題をつくるという手順である。授業では、ワークシートの(2)の条件をつくる場所で時間がかかったペアが多かった。しかし、ペアで互いに話し合ったり、教師が条件を助言をしたりすることで、最終的にはどのペアも問題をつくることのできた。資料3は、生徒がつくった問題の一部である。問題ができたペアは、つくった問題を2人で話し合いながら、解決できる問題か吟味して、スケッチブックにできた問題を書いた。ペアの生徒同士で、互いに話をしたり教え合ったりすることで、考えを広げることができた。

(3) 問題を互いに解き合う活動

【授業研究7】と同様に、ペアを二組合わせて4人グループをつくり、互いのスケッチブックに書いた問題を発表し、問題を解き合う活動を行った。相手ペアの問題を考える中で、「式に代入する数値がないので表の方が分かりやすいかな。」、「単位を変え

資料1 題材シート

<p>カボチャを箱につめたときの個数と重さ</p>  <p>A</p>	<p>ある水が入った容器にさらに水を入れる</p>  <p>A</p>
<p>りんごを箱につめたときの個数と代金</p>  <p>A</p>	<p>ある地点に近づくときの時間と距離</p>  <p>B</p>
<p>点PがBC上を動くときの長さ and 面積</p>  <p>B</p>	<p>ある液体を熱するときの時間と温度</p>  <p>B</p>
<p>ある水が入った容器から水を抜く</p>  <p>B</p>	<p>長方形の縦の長さ and 横の長さ</p>  <p>A</p>
<p>マッチ棒で正方形をつくるときの正方形の個数 and マッチ棒の本数</p>  <p>C</p>	<p>あるつるまきばねのおもりの重さ and ばねの長さ</p>  <p>B</p>

資料2 生徒のワークシート

★ 題材シートを使って、1次関数の問題をつくってみよう。

(1) 題材を選んでみよう。

ある水が入った容器にさらに水を入れます。

(2) ともなう変わる2つの数量や条件を考えてみよう。

x : 時間(分)
y : cm (水の全体の高さ)
条件: はじめに4cm入っている。1分間で2cm増える。40cmまで入る。

(3) 1次関数の式になるか確かめてみよう。

$y = 2x + 4$

(4) (1)~(3)のことから、1次関数の問題をつくってみよう。

水が40cmまで入る深さの水そうがあります。はじめに4cmまで水が入っていて、水は1分間で2cmずつ増えていきます。水を入れ始めてから時間をx分後、水の全体の高さをycmとすると、yはxの1次関数です。水そうにちょうど水が半分まで入るのは何分後でしょうか。

ないといけないね。」などと話し合いながら、取り組んでいる様子が見られた。問題を解くことができないペアに対しては、出題したペアがヒントを出して教えたり、教師が机間指導をして式のつくり方を助言したりすることで、問題を解くことができた。また、解き方の説明を相手ペアにする活動では、資料4～6のように式や表や言葉を使って特徴を捉え、分かりやすく説明することができた。自分たちの解き方と別な解き方を聞いて、一次関数に関する考え方を広げることができたペアもあった。グラフを使って解いたペアは、少なかった。本時のまとめの時間に、教師からグラフで見るとすぐ答えが見つかることを聞き、グラフのよさも再認識する場面もみられた。

(4) 全体で説明し伝え合う活動

グループの中から代表の2組が、クラス全体に、つくった問題とその解き方を説明した。1組目は、表の考え方を基にして、 x が一定の割合で増えていくと y が一定の割合で減っていくことを捉え、答えが求められることを分かりやすく説明できた。2組目は、消費税を含めた代金の問題に対し、式を立て、解決できることをクラス全体に説明できた。このような問題をクラス全体に発表したことで、一次関数に関する考え方を深めることができた。

7 成果について

- (1) 題材シートを利用して問題をつくる活動を行うことで、生徒は互いに自分の意見を出して話し合いながら、工夫して問題をつくることができた。
- (2) 問題を互いに解き合う活動を行うことで、式のつくり方、表を使っての解き方や言葉を使った説明などを互いに共有し、数学的な思考力・表現力を高めることができた。
- (3) 全体で説明し伝え合う活動を行うことで、自分たちの解き方と別な解き方を比較検討し、考え方を広げることができた。

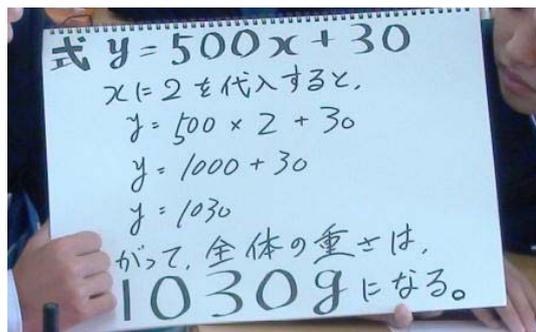
資料3 生徒たちがつくった問題

おもり20gにつき、1cmのびるばねがあります。このばねは、長さ10cmです。おもりの重さを x g、ばねの長さを y cmとすると y は x の一次関数です。おもりが80gのときのばねの長さを求めなさい。

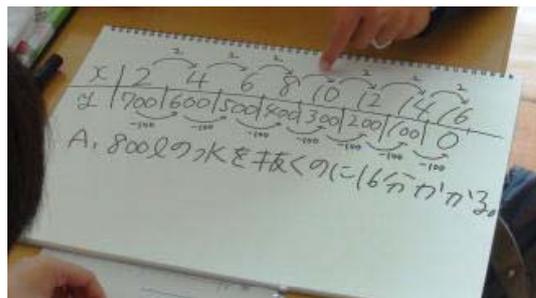
ある容器に800Lの水が入っていて、1分間に50Lずつ水を抜きます。水を抜き始めてからの時間を x 分、容器の水の量を y Lとすると y は x の一次関数です。全部の水を抜くのに何分かかるでしょう。

Aさんは1個100円のりんごをいくつか買い、120円の箱につめてもらいました。買ったリンゴの個数を x 個、合計の代金を y 円とすると、 y は x の一次関数です。リンゴを6個買ったときの代金を消費税も含めて求めなさい。

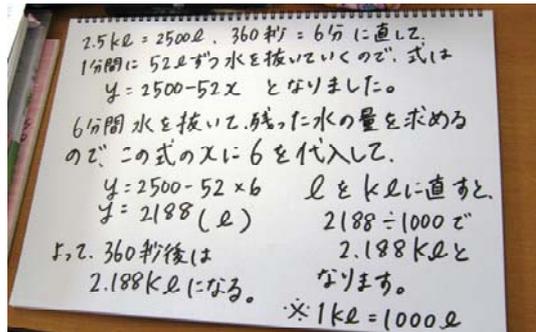
資料4 式を用いて説明



資料5 表を用いて説明



資料6 言葉を用いて説明



高等学校第2学年数学B「統計とコンピュータ」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開
－身近なデータについて適切な代表値を考え、説明し伝え合う活動を通して－

- 1 単元 統計とコンピュータ
 2 単元の目標及び観点別評価規準

統計についての基本的な概念を理解し、身近なデータを整理・分析し、資料の傾向を的確に捉えることができる。

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
資料を整理することの必要性を感じ、データの傾向や特徴を進んで捉えようとしている。	度数分布、ヒストグラム、代表値や分散等を用いて、資料の特徴を考察することができる。	資料の代表値や分散、標準偏差を求め、度数分布表やヒストグラム、相関図をかくことができる。	資料の代表値、分散、標準偏差、相関係数等の定義と意味を理解している。

3 単元について

(1) 教材について

資料を分析・考察する上で必要となる代表値、分散、標準偏差、相関係数等の統計に関する基本的事項について学習をする。そこで、できるだけ生徒に適した身近なデータを用いて指導を図ることが、分析・考察を深める上で重要であると考え。

(2) 生徒の実態について

本研究の対象は、普通科第2学年で理系・文理系への進学を希望する生徒である。
 実態調査（平成23年6月22日実施 調査人数42人）

定期試験返却時に自分の成績を評価する指標となるものは何ですか。
 （試験ができたかを判断する基準は何ですか。）

ア 平均点・・・16人	イ 順位・・・11人	ウ 前回の得点・・・9人
エ 偏差値・・・4人	オ 最多得点帯・・・1人	カ その他・・・1人

実態調査の結果からは、集団の中で試験ができたと判断する基準を「平均点」と考える生徒が全体の16人、「順位」が11人であり、この二つで全体の約3分の2を占めた。このことから、中央値や最頻値と比べて平均値が判断する基準であることを踏まえて指導に当たりたい。

4 単元の指導計画（15時間扱い）

- 第1次 度数分布・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間
 第2次 代表値・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間

時	学習活動	関	考	技	知	観点別評価規準
1	三つの代表値				○	平均値、中央値、最頻値の定義を知り、その意味を理解している。
2, 3 本時	資料に最適な代表値		○			資料の特徴を考察、分布の傾向から資料に適した代表値を考察することができる。

- 第3次 標準偏差・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 4時間
 第4次 相関図と相関係数・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間
 第5次 練習問題・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

5 本時の授業

(1) 目標

ヒストグラムを用いて、分布の傾向から適するデータの代表値を考察することができる。

(2) 主題に迫るための手立て

身近なデータについて、ヒストグラムを用いて分布の傾向から適する代表値を、グループでの話し合いを通して考え、説明し伝え合う活動を取り入れる。

(3) 準備・資料

ワークシート、電卓、パソコン、プロジェクター

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価
<p>1 本時の学習課題を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>行方市内の高校に在籍する生徒は茨城県の各市町村の高校に在籍する生徒数と比較して多いのだろうか、それとも少ないのだろうか。</p> </div> <p>・行方市内の在籍生徒数を確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・課題を理解できないときには、言い換えたり例を挙げたりして説明する。 ・ワークシートを配付する。 (別添資料A)
<p>2 学習課題を確認する。</p> <div style="border: 3px double black; padding: 5px;"> <p>茨城県の各市町村の高校に在籍する生徒は何人か？</p> </div> <p>(1) 隣接市町村や最多、最少である市町村の在籍生徒数を確認する。</p> <p>(2) 茨城県の各市町村に在籍する高校生数を予想する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・隣接市町村や最多、最少である市町村の在籍生徒数から、おおよその全体像をつかませる。 ・データだけでは、十分な判断ができないことに気付かせ、ヒストグラム作成へと導く。
<p>3 グループで、度数分布表やヒストグラムを作成し、代表値を求める。</p> <p>(1) 代表値を求め、自分の予想に最も近い代表値がどれかを確認する。</p> <p>(2) 求めたことで分かったことをまとめる。</p> <p>(3) 学習課題を改めて考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・階級幅の異なるヒストグラムを配布し、作業および考察に利用させる。 (別添資料B) ・予想と最も近い代表値が何であったか、手を挙げさせて確認する。 ・複数の意見が出た場合には無理に一つにまとめなくてもよいことも伝える。 ⑩身近なデータについて、作成したヒストグラムを用いて、資料に適した代表値を考察することができる。 (観察、ワークシート)
<p>4 全体で課題について話し合う。</p>	
<p>5 本時のまとめをする。</p>	

6 授業の実際

(1) 課題設定の工夫

今回は、説明し伝え合う活動を通して考察を深めさせるためには、仮想のものではなく、生徒にとって考えやすい身近なデータが望ましいと考えた。また、データは平均値、中央値、最頻値がなるべく異なるものの方が生徒の考察を深める上でよりふさわしいと考えた。以上のことから、「行方市内の高校に在籍する生徒は他の市町村と比較して多いのか、少ないのか。」という課題を考察することにし、「茨城県の各市町村内の高校に在籍する生徒は何人か。」という問題を生徒に提示した。この問題を学習することにより、生徒は、資料1のような感想をもち、このような課題は、考察を深める上で有効であることが分かった。

(2) グループ別の考察

最初に平均値や中央値、最頻値を協力し合って求める作業をすることで、グループ活動が円滑に進むようにした。その上で、ヒストグラムの形や求めた三つの代表値から気付いたことをグループ内でまとめ(資料2)、本題の考察に入った。グループ別での考察では、「自分と他人の意見を合わせていくことで、より深く課題を考えることができた。」、「いろいろな意見があり視野を広げられた。」、「一緒に同じことを考えることで協力できた。」など、協力し合い同じ問題を考えることで考え方の幅を広げたり、自分と異なる考え方に触れることで、自分自身の考えにより説得力のある理由を考えたりする姿がみられた。

(3) クラス全体での発表

グループでまとめた考えを全体で発表し、他のグループの考えを聞くことで、考察を深めることができた。また、グループ内で意見が複数出た場合には、無理の一つにまとめなくてよいことにして、たくさんの意見が出るようにした。「茨城県の各市町村の高校に在籍する生徒は何人ぐらいといえるか。」の問題に対し、生徒数とその理由について発表した主な考えは、資料

資料1 身近なデータについての感想

- ・身近な内容で考えやすかった。
- ・身近なことを深く考えるのはおもしろい。
- ・身近な内容で難しかったがやりやすかった。
- ・身近なことも考えれば考えるほど難しくなるものもあると思った。

資料2 ヒストグラムや代表値から気付いたこと

- ・0人～1000人が全体の半分だ。
- ・水戸と土浦などが平均値を上げている。
- ・中央値と最頻値の値が近い。
- ・ヒストグラムが左に偏っている。
- ・平均値が大きい。
- ・平均値が中央値の2倍近くある。
- ・中央値と平均値には差がある。
- ・ヒストグラムの階級幅が大きいほど、傾向がぼかされる。
- ・人数の少ない市町村が多い。
- ・2250人未満に集中している。

資料3 全体で発表した考え

以下の内容は、① 生徒数 ② 理由

- ・① 1000人 ② 全体の約半数が0人～1000人の階級に入るから。最頻値、中央値に近い。
- ・① 975人 ② ヒストグラムで見る限り中央値がふさわしい。
- ・① 1150人 ② (平均値+中央値+最頻値の上限下限の中間にくる値)÷3
- ・① 1175人 ② (平均値+最頻値下限)÷2
- ・① 1852人 ② 平均値は全体を見ている。中央値は22, 23番目しかみていない。最頻値は500～750しかみていない。
- ・① 1852人 ② 一つの市町村に在籍する人数をきいているから。
- ・① 1852人 ② 「平均」の言葉の意味が、「偏らせない中間の値」だから。

3のとおりである。全体としては、中央値付近を代表値と考えるものと平均値付近を代表値と考えるものの二つの意見に分かれた。また、少数ではあるが平均値、中央値、最頻値の一部または全ての平均をとる考えもでた。

今回の課題を振り返り、グループ活動や話し合いを通し、考えを説明したり周囲の考えを聞いたりしたことで、考察が深まっていく様子が見られた。また、自分では全く考えていなかった意見やその理由を聞いて納得し、その意見に考えを改める生徒もいた。

(4) 分布が類似するモデルによる考察

意見が一つにまとまらないグループもいくつかあったが、これまでの全体考察の流れでは、この問題の代表値としては平均値である1852人を推す意見が大半であり、次に中央値である975人を推す意見が続いた。この二つの意見に集中した状態であったため、データ

数が10程度でヒストグラムが今回のデータと類似した右に歪んだ形のモデルを提示し、平均値、中央値の二つの値を求めた上でグループ内で話し合わせ考察した。その結果、資料4のように中央値を推す意見に考えを変更する生徒が何人もいた。最終的には、代表値としてふさわしい値を考えた結果、平均値である1875人と答えた生徒が16人、中央値である975人と答えた生徒が25人となり、平均値と答える人数と中央値と答える人数が逆転した。

以上のことから、説明し伝え合う活動を通して、多くの生徒に、考察の深まりが見られた。また、資料5のような思考や表現に関する感想をもつこともできた。

7 成果について

- (1) 課題設定を工夫することで、数学は答えがはっきりと出てくるものと認識していた生徒が、状況を把握した上でより説得力のある答えは何なのかを考えることができた。
- (2) グループ別の考察では、人数が少ないため、気軽に発言し、発言を通して試行錯誤をしながら考察を深めていくことで、数学的な思考力を高めることができた。
- (3) クラス全体での発表では、自分の考えを根拠を明確にして発表することの難しさを感じたが、自分やグループでは考えつかなかった意見を聞くことができ、より妥当性の高い考えは何かを各自が比較検討をしながら考え、深めることで、数学的な思考力・表現力を高めることができた。
- (4) 説明し伝え合う活動を行うことで、一人の発言が、異なる意見をもった生徒や考察が十分に進まなかった生徒のヒントとなり、考察の発展につながった。

資料4 簡易モデルでの話し合いの様子

- S₁: 平均値は極端に大きな値に引っ張られる。
S₂: うん。中央値の方は大きな値の影響はあまりないな。
S₁: 平均値と中央値の差が小さいときは平均で、差が大きときは中央値なんじゃないかな？
S₂: すると、これは中央値じゃないか？

資料5 生徒の振り返り

【思考に関すること】

- 自分の中だけで分かっている、それを他の人と共有して一緒に考えることで、より深いものにできたと思う。
- 計算とは違って、言葉を通して考えることが楽しかった。
- 他の人の意見を聞き入れることも大切だし、自分の意見を聞き入れてもらえるように根拠をしっかりとつことが大切だと思った。
- 自分の意見がかなり揺れ動いた。
- 個人での考察時には思いつかなかった考えがグループ活動や全体発表により深まった。

【表現に関すること】

- 自分の意見を根拠をはっきりさせて説明するのは大変だった。
- 今回の授業を通して説明する力がついた。

高等学校第2学年数学B「統計とコンピュータ」における数学的な思考力・表現力をはぐくむ数学科の学習指導の展開
－身近なデータについて相関を考え、説明し伝え合う活動を通して－

- 1 単元 統計とコンピュータ
 2 単元の目標及び観点別評価規準

統計についての基本的な概念を理解し、身近なデータを整理・分析し、資料の傾向を的確に捉えることができる。

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
資料を整理することの必要性を感じ、データの傾向や特徴を進んで捉えようとしている。	度数分布、ヒストグラム、代表値や分散等を用いて、資料の特徴を考察することができる。	資料の代表値や分散、標準偏差を求め、度数分布表やヒストグラム、相関図をかくことができる。	資料の代表値、分散、標準偏差、相関係数等の定義と意味を理解している。

3 単元について

(1) 教材について

高等学校における統計の学習内容は、現行では数学Bに含まれる（数学Bは、四つの領域の内、二つを選択する）。しかし、今回の改訂において、再び中学校で統計の内容が入り、中学校で「資料の活用」を、高等学校数学Iで「データの分析」を学習することになる。来年度からは、数学Iが必修科目となるため、高校生は全員、統計を学習することになる。

ここでは、資料を分析・考察する上で必要となる代表値、分散、標準偏差、相関係数等の統計に関する基本的事項について学習をする。そこで、できるだけ生徒に適した身近なデータを用いて指導を図ることが、分析・考察を深める上で重要であるとする。

(2) 生徒の実態について

本研究の対象は、普通科第2学年で理系・文理系への進学を希望する生徒である。授業は積極的に取り組む生徒が多い。問題を解く際は、型にはめて解く力は十分に備えているが、試行錯誤をして法則性を自ら見いだしたりする力は弱い。また、答えを求めることはできても、答えに至るまでの過程を説明することは困難な生徒が多い状況である。

4 単元の指導計画（15時間扱い）

- 第1次 度数分布・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間
 第2次 代表値・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間
 第3次 標準偏差・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 4時間
 第4次 相関図と相関係数・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 3時間

時	学習活動	関	考	技	知	観点別評価規準
1 本時	Q-相関係数と相関図		○			身近なデータについて、相関図やQ-相関係数を利用して、資料の分析をすることができる。
2, 3	相関係数と相関図			○	○	相関係数の定義とその意味を理解している。定義に従って相関係数を求めることができる。

- 第5次 練習問題・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ 2時間

5 本時の授業

(1) 目標

身近なデータについて、相関図（散布図）やQ-相関係数等を利用して、相関関係を分析することができる。

(2) 主題に迫るための手立て

身近なデータについて、相関図やQ-相関係数等を利用して、相関関係をグループでの話し合いを通して考え、説明し伝え合う活動を取り入れる。

(3) 準備・資料

個人用ワークシート、グループ用ワークシート、パソコン、プロジェクター、電卓、拡大掲示資料

(4) 展開

学習活動及び内容	指導上の留意点・評価
<p>1 本時の学習課題を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>2年F組42人の6月の1日あたりの学習時間と1学期期末考査の成績（得点合計）データからどのようなことがいえるのか考えよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・データと相関図を見て、データの傾向を考える。 <p>2 シミュレーションを通して相関図とQ-相関係数について知る。</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 個人で考える。 (2) (1)を基に、グループで考える。 (3) 全体で、気付いたことを発表する。 <p>3 個人で、相関図やQ-相関係数等を利用して資料の分析をする。</p> <p>4 グループで検討し、グループとしての分析をまとめる。</p> <p>5 全体で課題について話し合う。</p> <p>6 本時のまとめをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・相関図の説明をする。 ・本時の課題のデータと相関図についての資料を配付する。（別添資料C） ・データと相関図を見て、データだけでは傾向が把握しにくいことを確認させる。 ・ワークシートを配付する。（別添資料D） ・任意の10個の点をとる際、グループ内で点のとり方が異なるようにとらせる。 ・Q-相関係数が相関図を分析する上での一つの指標となることを確認する。 ・学習時間と成績のワークシートを配付する。（別添資料E） ・どのような分析の手段を用いて、どのような結果に至ったのかを押さえて分析させる。 ・拡大した相関図に点の傾向を線や囲みで印をつけさせ、どのような分析を用いてどのような考察結果に至ったのかを説明させる。 ㊦身近なデータについて、相関図やQ-相関係数などを利用して分析することができる。（観察、ワークシート）

6 授業の実際

(1) 課題設定の工夫

学習課題は、【授業研究9】と同様に生徒にとって考えやすい身近なデータが望ましいと考えた。そこで、本クラスの生徒は、家庭学習時間や学習内容等を毎日記録していることから、家庭学習時間と定期考査の相関関係について考察することにした。授業では、クラス全員の6月の1日当りの学習時間(分)と1学期期末考査の得点合計(点)の一覧表、及びこのデータを基に作成した相関図を用いて相関関係を考察した。この問題を学習することにより、生徒は、資料1のような感想をもち、このようなデータは、相関関係についての考察を深める上で有効であることが分かる。

(2) Q-相関係数の導入

高等学校の相関関係では、ピアソンの相関係数を扱うが、導入段階では、ピアソンの相関係数の式の意味を理解するのが難しい。そこで、Q-相関係数(資料2)を導入として扱った。Q-相関係数は、式の意味が生徒には理解しやすく、相関関係を捉えることに有効であった。

(3) グループ別の考察

資料3は、相関関係のシミュレーションを通して行った、グループ別での考察の様子である。互いがかいた相関図とQ-相関係数との関係から分かることを考えた。初めに、各自が任意の10個の点をとった上で、Q-相関係数の計算をした。その際、Q-相関係数と相関図の関係を考察しやすいように、同じグループで様々な点のとり方をするようにした。そして、その図を基に、Q-相関係数の計算を行った。グループによっては、異なる点のとり方をして、同じQ-相関係数がでたケースもあった。しかし、様々なケースをシミュレーションする中で、資料4のようにQ-相関係数と相関図における関係に気付いたり、自

資料1 自分たちのデータを用いた考察の感想

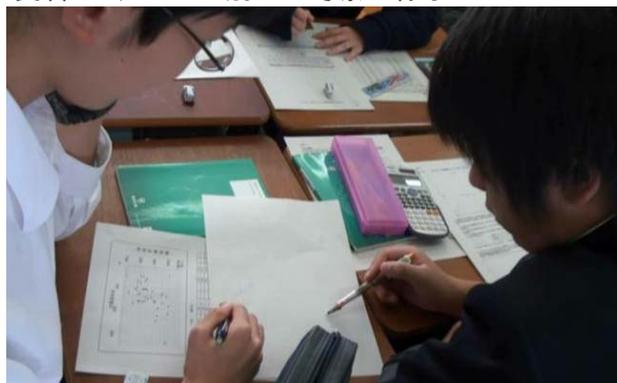
- ・いつも何気なく見ている学習時間の表と定期テストの関わりを分析することができてよかった。
- ・身近な内容で、学習時間と成績の関係は感覚的には分かっていたけど、初めて数学的に考えることができた。
- ・自分たちのデータだったので考えやすかった。

資料2 Q-相関係数の定義

相関図において、中央値を通る2本の直線で分割された四つの領域で、右上の領域に含まれる点の数を a 、左上の領域に含まれる点の数を b 、左下の領域に含まれる点の数を c 、右下の領域に含まれる点の数を d とするとQ-相関係数 q は次の式で定義される。

$$q = \frac{(a+c) - (b+d)}{a+b+c+d}$$

資料3 グループ別での考察の様子



資料4 シミュレーションから気付いたこと

- ・Q-相関係数は点が a, c に多いと正になり、 b, d に多いと負になる。
- ・Q-相関係数は、点が全体的に右上がり「+」、右下がり「-」となる。
- ・すべての点が a, c にあると、 $q=1$ となる。
- ・ $a=c, b=d$

資料5 説明し伝え合う活動の様子

- S₁: 右上がりプラス、右下がりマイナス?
S₂: q の最大値は1
S₃: q の最小値は-1, そうだね。
S₂: この形に近いほど q の値は小さくなる。
S₁: 引かれるから? 引く側だからこっちがマイナスになる。こっち側(領域 a, c)は引かれる側だから、こっち側 (a, c) が大きくなれば引かれる数が小さいからプラスになる。

分にはない視点が与えられたりし、資料5のようにグループのメンバーでの話し合いを通して、考察を深めていく生徒の姿も見られた。

(4) クラス全体での発表

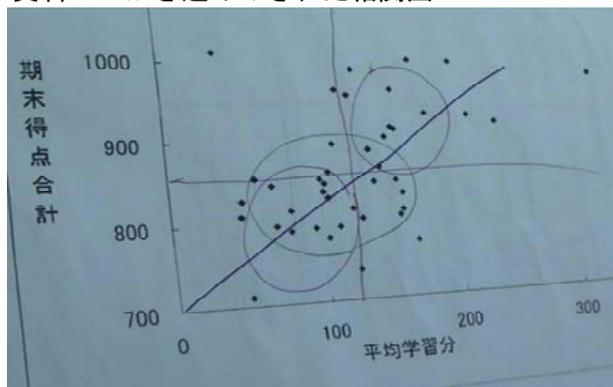
ほとんどの生徒が、Q-相関係数と相関図の関係を理解した段階で、グループごとに、本時の学習課題である生徒の学習時間と成績についてのデータ、及び相関図の分析に入った。すぐに、Q-相関係数を求めようとするグループもあったが、相関図に全体の傾向が分かる直線や曲線をかき込んだり、点の集中している部分を丸で囲んだりするなどの相関図を視覚的に捉えやすくする活動をさせて、Q-相関係数と相関図を併せて考察させた。

クラス全体の発表においては、黒板の相関図に線や丸をかかせた上で、グループごとの分析を発表させた。線や丸を同じ相関図の上にかき込んだため、資料6のように全体の傾向はつかみやすくなった。発表の内容は、資料7のように相関図から分かったことや相関図とQ-相関係数との関係を捉えたことであった。このように、全体での発表において捉えた相関関係を共有することができた。また、同じような分析をしたグループは、先のグループの発表を踏まえて、分かりやすい発表をする場面もみられた。また、生徒の振り返りでは、資料8のように思考や表現に関する感想がみられた。

7 成果について

- (1) 課題を工夫し、Q-相関係数を導入することで、相関図を数量的に解釈することができ、相関関係が捉えやすく、考察を深めることができた。
- (2) グループ別の考察を行うことで、友達の説明から新たな気づきがあったり、自分にはない視点が与えられたりするなど、考察を深めていく生徒の姿が見られた。
- (3) グループやクラス全体の発表において、友達の説明を聞くことで、自分の説明を改善したり、自分の考えを説明することで、自分の理解を深めたりするなど、数学的な思考力・表現力を高めることができた。

資料6 かき込みのされた相関図



資料7 クラス全体での発表

- ・中央値のラインを引くと、このラインが交わる付近に点が集中していた。
- ・ a と c の領域に点が多かった。
- ・ a と c の領域に点が多いことから、平均学習分が多いほど期末得点が高く、比例の関係があると思った。
- ・Q-相関係数が0.43だったので極端ではないが学習時間と得点は比例する。

資料8 生徒の振り返り

【思考に関すること】

- ・自分たちで規則性を発見することは印象も強くなるし、よかった。
- ・根拠を考えて、意見を発言するようになった。
- ・自分の意見を説明することによって自分自身の理解がより深まった。

【表現に関すること】

- ・似た意見でも、その意見にたどり着くまでの過程や説明の仕方はいろいろあると感じた。
- ・人の意見を考えて発言できた。
- ・なるべく自分の考えが相手に伝わるように考えるようになった。
- ・人前で発表することが苦ではなくなった。

3 研究のまとめ

説明し伝え合う活動の充実を図る授業づくりを通して、数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数・数学科学習指導の展開について授業研究を行い、次のような成果が見られ、主題に迫ることができた。

(1) 説明し伝え合う活動のねらいや指導計画における位置付けを明確にすることについて

解説で述べられているように、教師の関わりは、時に積極的であり、次第にあるいは状況に応じて個別的、間接的になり、最終的には児童生徒自身が自力で活動する機会を設けることが必要である。そこで、説明し伝え合う活動のねらいを明確にして、次第に自力で活動することができるように指導計画における位置付けを明確にした。

ねらいを明確にすることで、児童生徒は、具体物を用いたり、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いたりして、事実、方法、理由などについて、何をどのように説明すればよいか身に付き、自分の考えを表現することができるようになった。

(2) 前提となる学習指導との関連付けを図るとともに、多様な児童・生徒への対応を配慮した活動の場を工夫することについて

前提となる学習指導との関連付けを図ることで、学習課題を明確にしたり、既習の考えや表現を活用することができた。また、自分の考えを表現するための手立てとして、「説明お助けシート」などの記述や説明の仕方についての補助資料を発達の段階に応じて提示したり、問題づくりのための「題材シート」や身近なデータを基にした資料を提示したりすることで、児童生徒が生活と算数・数学を関連付けて考えたり表現したりすることができた。

一人一人の児童生徒が自分の考えを表現することで、クラス全体では多様な考えや表現が見られるようになる。そこで、妥当性を検証し、式、図、表、グラフなどを読み取って他者説明を行ったり、関連性、有効性について比較検討を行ったりすることで、言葉や数、式、図、表、グラフなどを関連付けて考えたり表現したりすることができるようになった。

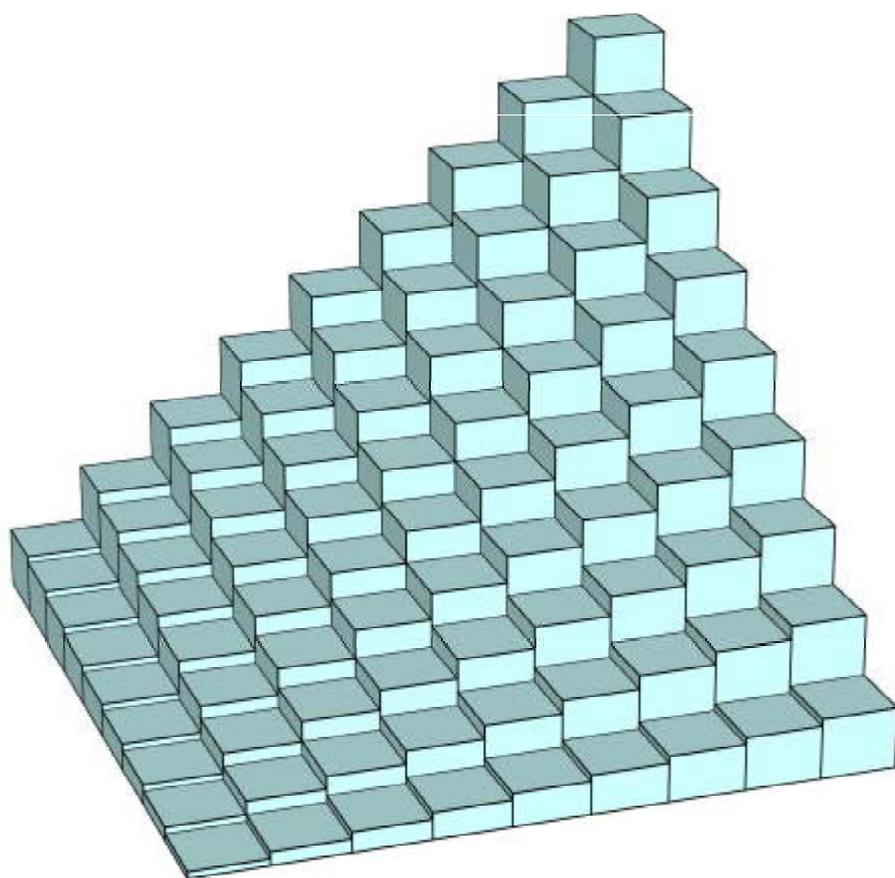
また、説明の質を高めるために、自分なりの説明を振り返る活動を通して、相手を意識して分かりやすく伝えるためにはどうすればよいかを考え、よりよい説明にするための新たな視点を共有することで、数学的な思考力や表現力を高めることができた。

さらに、グループ別の考察の場を工夫し、根拠を明らかにして説明したり議論したりすることや、クラス全体の発表において、友達の説明を聞くことで自分の説明を改善したり、自分の考えを説明することで自分の理解を深めたりすることによって、数学的な思考力・表現力を高めることができた。

<引用文献>

- 中央教育審議会「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）」平成20年1月
- 文部科学省「小学校学習指導要領解説 算数編」平成20年8月
- 文部科学省「中学校学習指導要領解説 数学編」平成20年9月
- 文部科学省「高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編」平成21年12月

別添資料集



「統計とコンピュータ」ワークシート

(別添資料A)

今日の授業の課題

質問① 行方市内の高校に在籍する生徒は茨城県の各市町村の高校に在籍する生徒数と比較して多いのだろうか、それとも少ないのだろうか。

行方市・・・・・・・・・・()人
 麻生高校 ()人
 玉造工業高校 ()人

質問② 茨城県の各市町村の高校に在籍する生徒は何人くらいいるのでしょうか？

行方市の隣接市町村については???

銚田市・・・・・・・・・・()人
 潮来市・・・・・・・・・・()人
 かすみがうら市・・・・()人

その他の市町村について

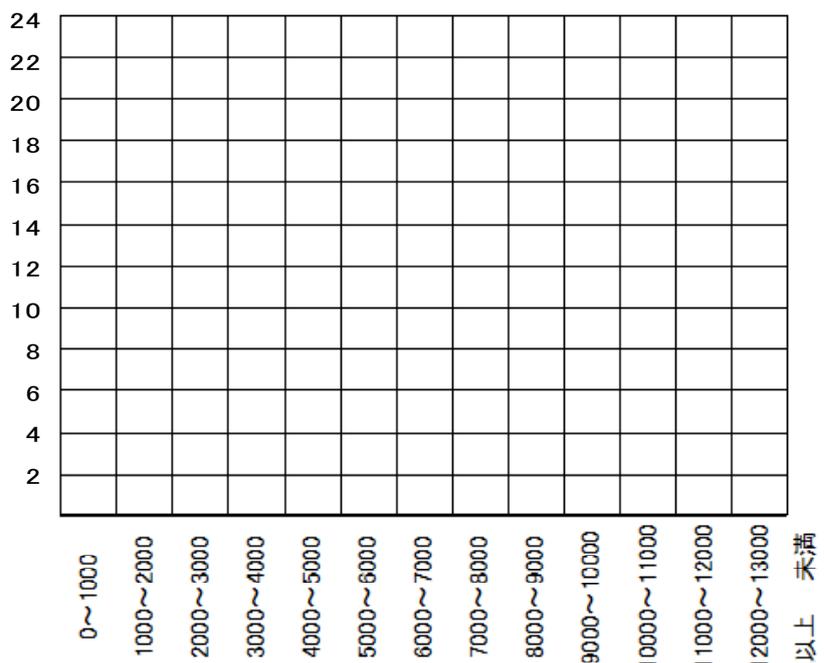
・・・・()人
 ・・・・()人
 ・・・・()人

在籍している高校生が最も多い市町村・・・・・・・・(; 人)
 在籍している高校生が最も少ない市町村・・・・(; 人)

私の予想・・・・・・・・一言で答えるなら * 人くらいかな？

○ 度数分布表，ヒストグラムを作成して考えてみよう。

階級 (人)	度数
0 以上～ 1,000 未満	
1,000 ～ 2,000	
2,000 ～ 3,000	
3,000 ～ 4,000	
4,000 ～ 5,000	
5,000 ～ 6,000	
6,000 ～ 7,000	
7,000 ～ 8,000	
8,000 ～ 9,000	
9,000 ～ 10,000	
10,000 ～ 11,000	
11,000 ～ 12,000	
12,000 ～ 13,000	



(別添資料A)

平均値・・・() 人)

中央値・・・() 人)

最頻値・・・階級幅 1,000 人のとき, () 人)

階級幅 500 人のとき, () 人)

階級幅 250 人のとき, () 人)

● 私の予想人数 (* の人数) は () 値に最も近いが...

ヒストグラムの形や上記の値からわかること, 気づいたことをまとめよう。

質問②の回答を改めて考えてみよう。

茨城県の各市町村の高校に在籍する生徒数は一言では () 人くらいといえるだろう。

質問①の回答を改めて考えてみよう。

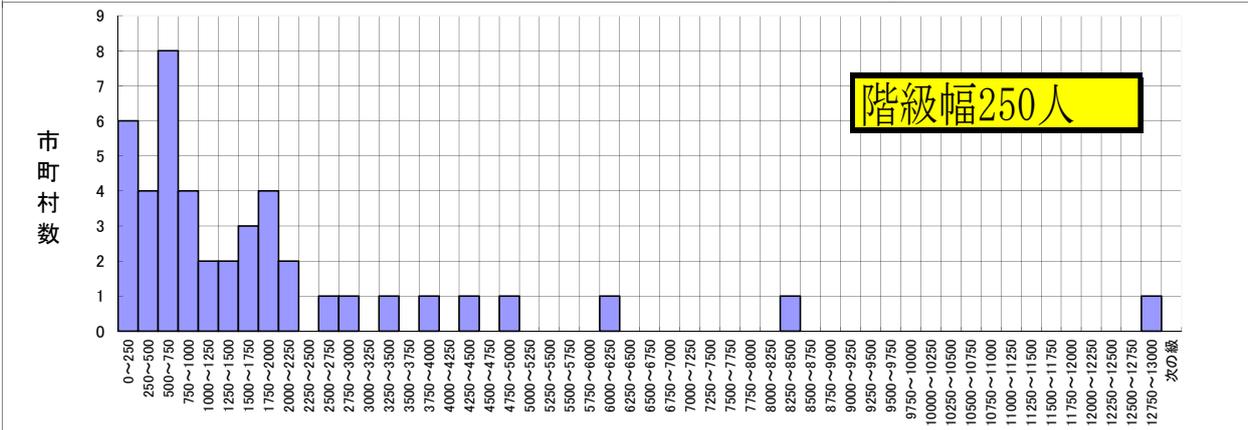
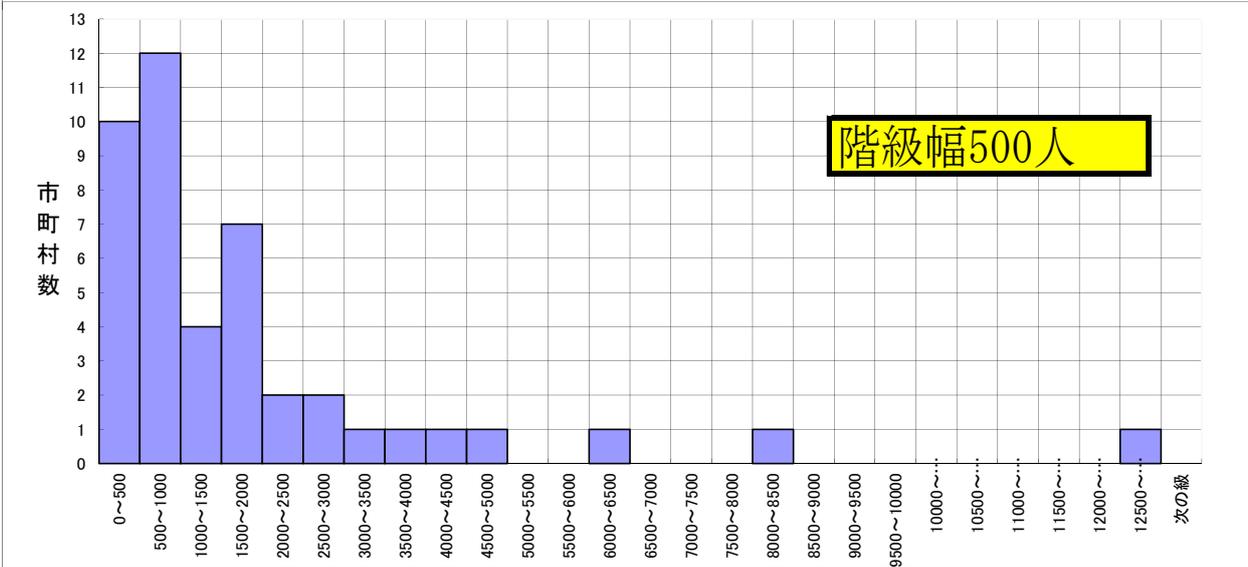
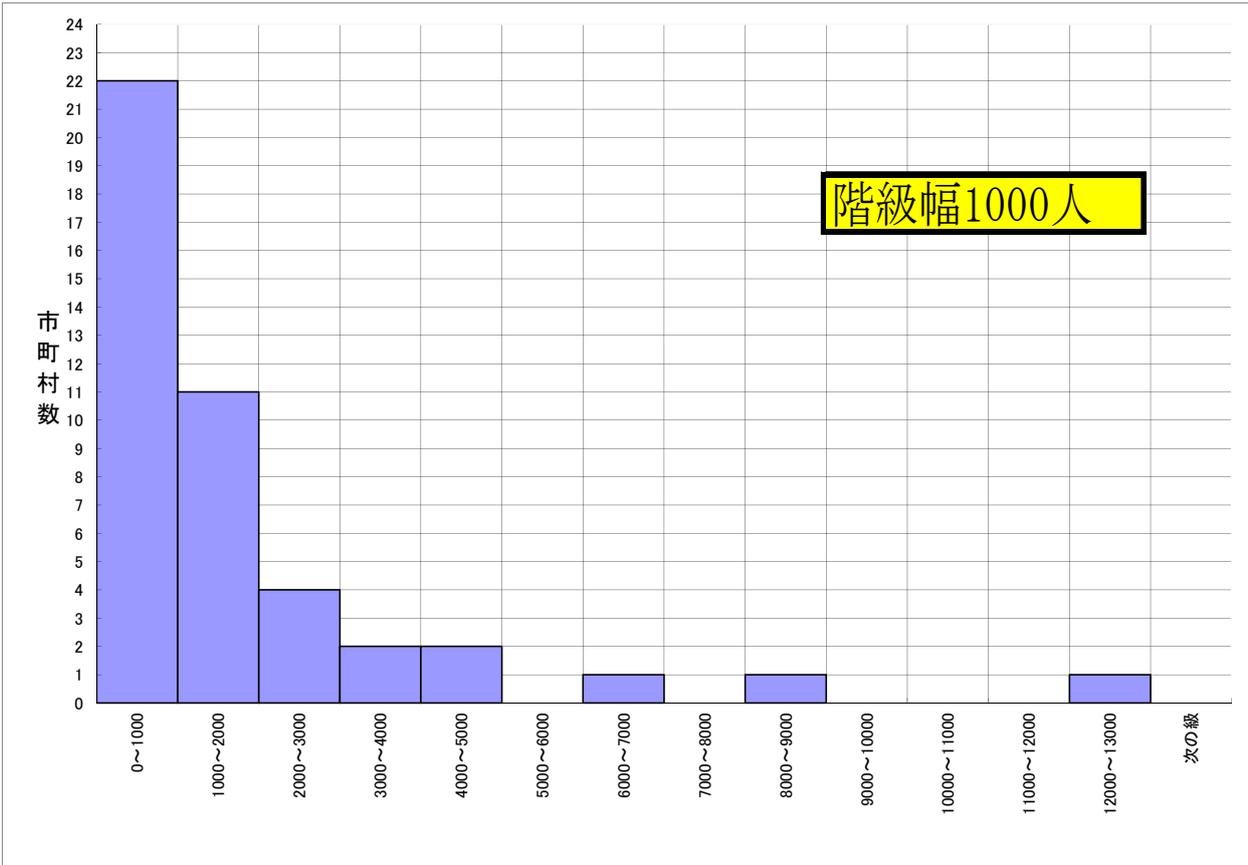
行方市内 行方市の高校に在籍する生徒数は茨城県の各市町村の高校に在籍する生徒数と比較して, () といえるだろう。

上記のように回答した理由について考えをまとめよう。

今日の授業を通してわかったこと, 考えたことをまとめよう。

茨城県の各市町村の高校在籍生徒数のヒストグラム

(別添資料B)



今日の課題

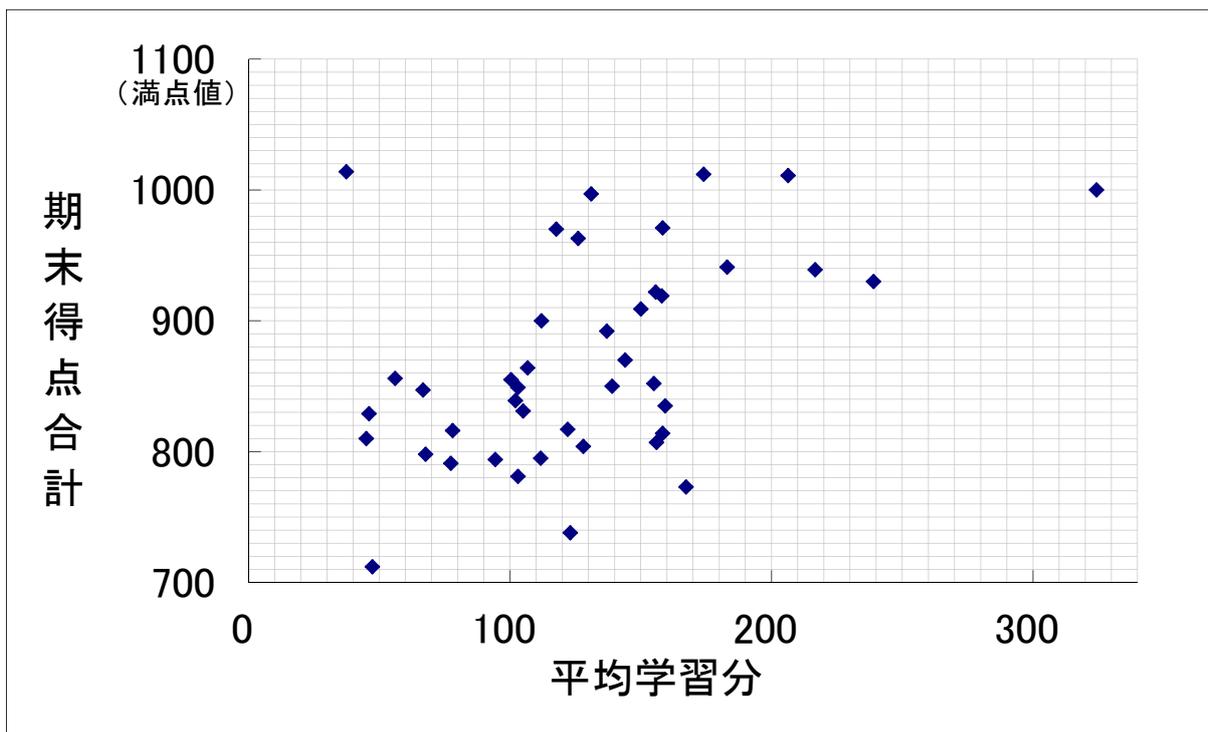
2年F組42名の6月の1日あたりの学習時間と1学期期末考査の成績(得点合計)のデータからどのようなことが言えるのか考えよう。

2年F組 6月の1日あたりの学習時間と1学期期末考査得点合計のデータ

生徒(順不同)	時間(平均分)	得点合計		
A	78.0	816		
B	158.3	814		
C	45.0	810		
D	174.0	1012		
E	126.0	963		
F	105.0	831		
G	103.0	849		
H	216.7	939		
I	131.0	997		
J	150.0	909		
K	158.0	919		
L	155.0	852		
M	128.0	804		
N	206.3	1011		
O	155.7	922		
P	167.3	773		
Q	183.0	941		
R	156.0	807		
S	137.0	892		
T	139.0	850		
U	159.3	835		

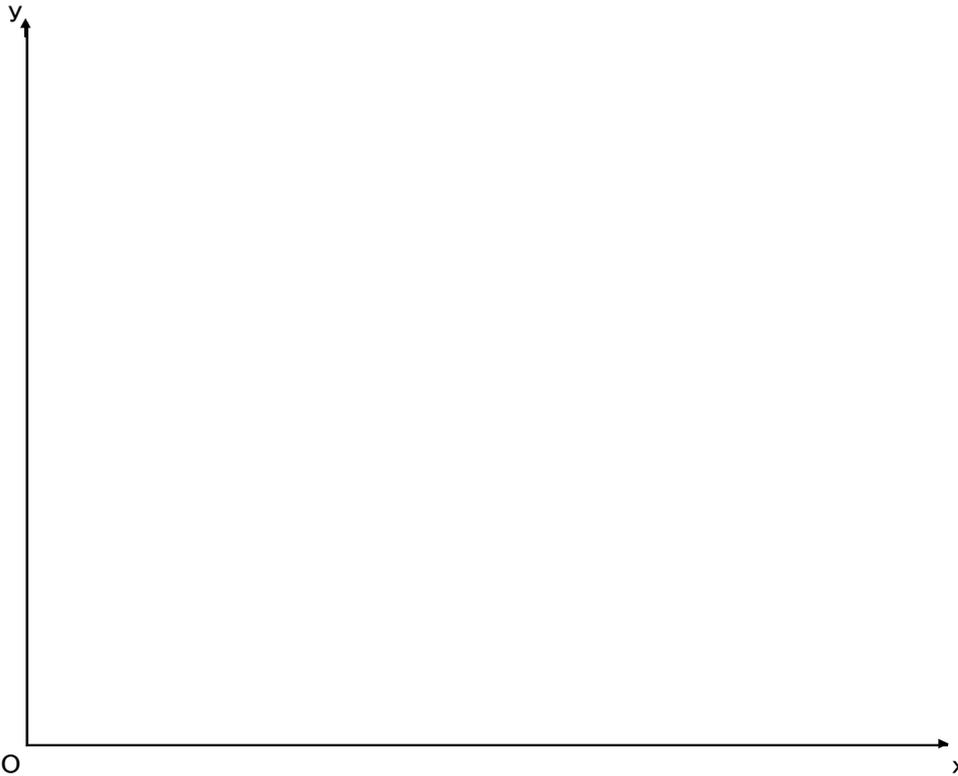
生徒(順不同)	時間(平均分)	得点合計		
V	158.3	971		
W	123.0	738		
X	239.0	930		
Y	324.3	1000		
Z	117.7	970		
AA	102.0	839		
AB	100.3	855		
AC	94.3	794		
AD	46.0	829		
AE	103.0	781		
AF	144.0	870		
AG	122.0	817		
AH	47.3	712		
AI	112.0	900		
AJ	111.7	795		
AK	77.3	791		
AL	66.7	847		
AM	56.0	856		
AN	106.7	864		
AO	37.3	1014		
AP	67.7	798		

中央値 124.5 851



(別添資料D)

はじめに... 2つのデータの関連性について調べてみよう



① 座標平面上第1象限内に10個の点を取る。(グループ内のメンバーで、10個の点の取り方が同じようにならないよう注意し、それぞれが性質・特徴が異なるような点の取り方で考えよう。)

② 10個の点のx座標の値に注目し、小さい方から5番目と6番目の点の間にy軸に平行となる直線を引く。

③ 10個の点のy座標の値に注目し、小さい方から5番目と6番目の点の間にx軸に平行となる直線を引く。

④ ②③の直線で分割された4つの平面内に位置する点の数(a:右上, b:左上, c:左下, d:右下)をそれぞれ数える。

b	a
c	d

位置	a	b	c	d
点の数				

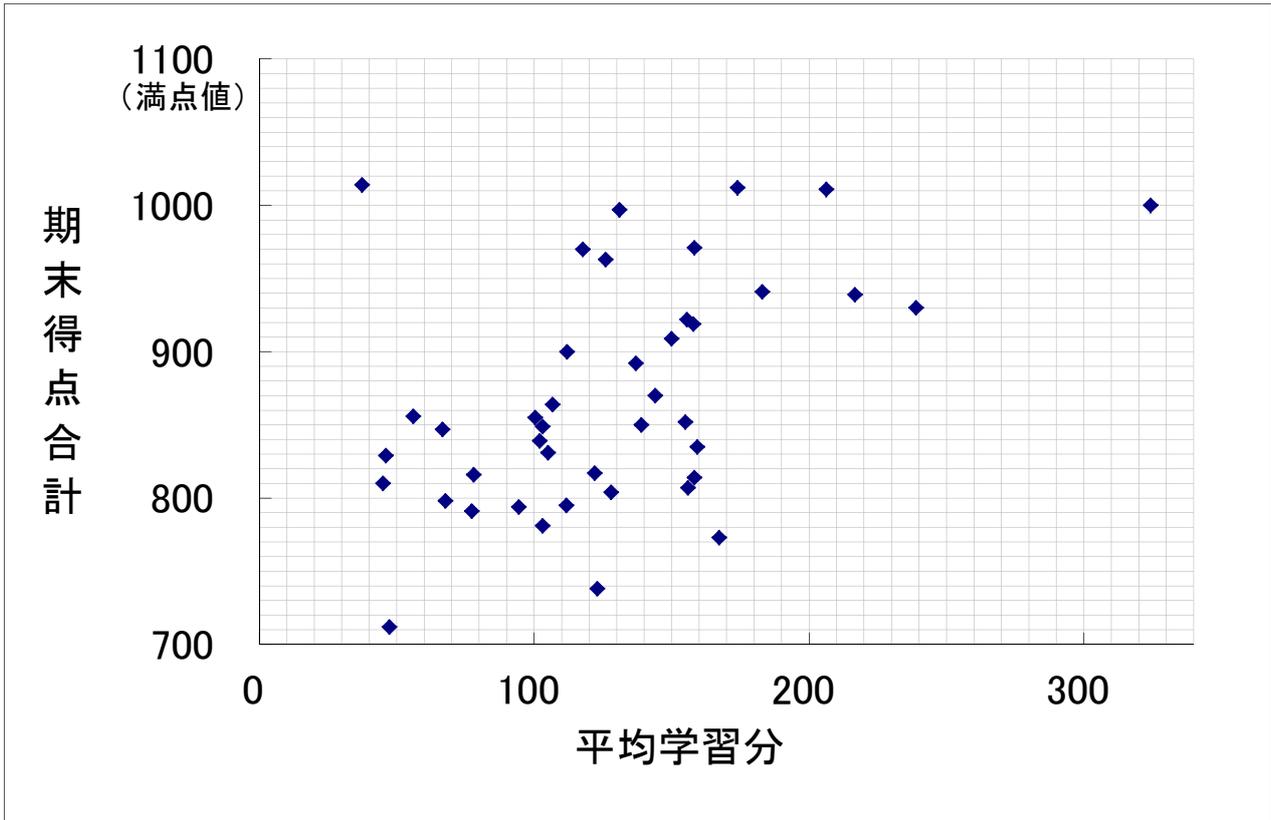
⑤ ④で求めた値に対して、次の値を計算する。この値をQ-相関係数とする。

$$\frac{(a+c)-(b+d)}{a+b+c+d}$$

⑥ プロットした10個の点とQ-相関係数との関係についてどのようなことがいえるか考えよう。(10個の点の位置を変えてQ-相関係数を求めてみたり、グループ内の自分以外のメンバーのプロット点とQ-相関係数のデータ等を参考に話し合ってみよう。)

(別添資料E)

1学期期末考査得点合計と6月の1日あたりの平均学習時間の関係

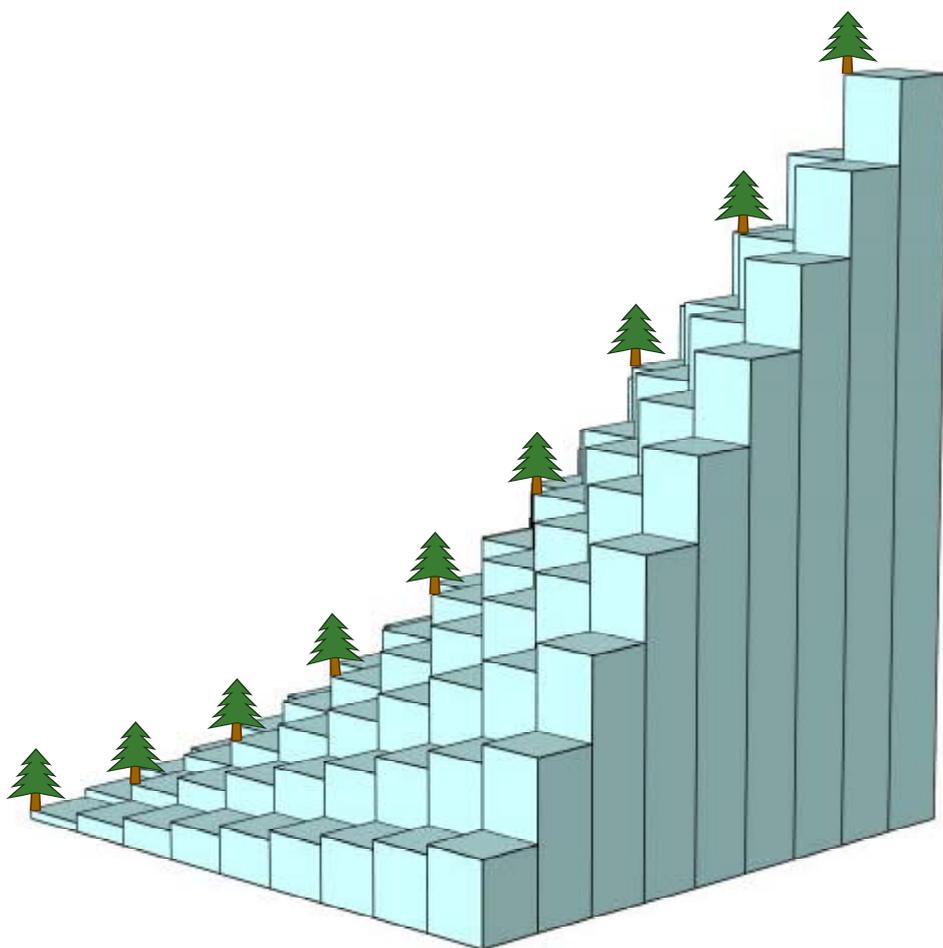


このデータから関連性の有無や傾向等, 気づいたこと, わかることをまとめよう。

【考察のヒント】

- (I) 相関図に落書きをしてみよう。
 - ① 全体傾向を1本の直線(曲線)で表してみる。
 - ② 特徴が捉えられるように, 点がまとまっている部分を大きく○で囲んでみる。
- (II) Q-相関係数を求めてみよう。
 - ① 平均学習分の中央値を求めその値を通る垂直な直線を引く。
 - ② 期末得点合計の中央値を求めその値を通る水平な直線を引く。
 - ③ 中央値を通る2本の直線で分割された4つの領域内の点の数を数える。
 - ④ Q-相関係数の値を求める。

期末 合計	b	a	領域 a の数	領域 b の数	領域 c の数	領域 d の数
	c	d				
	平均学習分					



関係者一覧

1 研究協力員

茨城町立川根小学校	教諭	鈴木 麻紀
つくば市立吾妻小学校	教諭	横田 康浩
牛久市立牛久南中学校	教諭	金子 仁
桜川市立岩瀬西中学校	教諭	金谷 信寛
県立麻生高等学校	教諭	小沢 義光

2 茨城県教育研修センター

所長	谷田部 佳見
教科教育課 課長	佐藤 誠
同 指導主事	原田 純一
同 指導主事	櫻井 良種