

算数・数学科

研究主題 数学的に考える力を育てる算数・数学 科学習指導の在り方

研究の概要及び索引語

学ぶ力を育てるために、学ぶ力の一つであり、また、小学校算数科、中学校及び高等学校数学科の学習指導要領の目標にも共通して示されている「数学的な見方や考え方」に焦点を当てた。児童生徒一人一人に、この「数学的な見方や考え方」を育てるための授業の在り方について、児童生徒及び教師の意識・実態調査に基づき、各校種ごとに創意・工夫をした授業実践を通して研究した。

索引語：算数、数学、考え方のよさ、授業実践研究

目 次

I 研究の趣旨	59
II 研究の内容	59
1 研究主題についての基本的な考え方	59
2 研究主題にかかる意識・実態調査	60
3 授業研究の実践	64
【授業研究1】 小学校第6学年「立体」	65
【授業研究2】 中学校第2学年「1次関数」	71
【授業研究3】 高等学校第1学年「場合の数」	77
III 研究のまとめ	82

I 研究の趣旨

算数・数学科では、共通主題「新しい学力観に基づく授業の創造－学ぶ力を育てる学習指導の在り方－」を受け、学ぶ力である学び方、思考力、判断力、表現力等の中から思考力について取り上げた。これは、小学校算数科、中学校及び高等学校数学科の学習指導要領の目標に共通して示されている数学的な見方や考え方を通じるものであると考えられ、「数学的に考える力を育てる算数・数学科学習指導の在り方」を算数・数学科の研究テーマとして設定した。このことは、今日的な教育課題である、自ら学び、社会の変化に主体的に対応する児童生徒の育成を図る上で重要なことである。

そこで、平成6年度からの2年間の研究期間の中で、「数学的に考える力とは何か」「数学的に考える力を授業の中でどのように育てていくか」について研究を行った。数学的な考え方については、方法に関係した考え方と内容に関係した考え方の2通りに大別し、それにおいて具体的な分析を行い、さらに小学校、中学校及び高等学校それぞれの児童生徒及び教師の意識・実態調査に基づいて現状や問題点を明らかにし、校種ごとに授業実践を通して考察し、今後の学習指導の改善・充実に役立てたいと考えた。

II 研究の内容

1 研究主題についての基本的な考え方

(1) 研究主題と学習指導要領との関係

小学校学習指導要領には、算数の目標として「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てる」とあり、数学的に考えることの重要性を表している部分がある。また、中学校でも数学の目標として「事象を数理的に考察する能力を高める」、高等学校でも「事象を数学的に考察し処理する能力を高める」とあり、いずれも数学的に考えることを重要視している。しかも、小学校、中学校及び高等学校の学習指導要領には、記述している言葉の違いはあるが、統いて「数学的な見方や考え方のよさを知りそれらを活用する態度を育てる」とある。

以上のことから、児童生徒に対して数学的に考える力を育てるということは、それぞれの学習指導要領の目標に述べられている数学的な見方や考え方を育てることであると考えた。

(2) 「学ぶ力」と数学的な見方や考え方との関係

「学ぶ力」には、学び方（例えば、事象を数学としてとらえる、積極的に取り組む）、思考力（例えば、論理的に考える）、判断力（例えば、正しいかどうかを見通す）、表現力（例えば、事象を文字で表す）等があると考えられる。これら「学ぶ力」の多くの部分の育成は、その中の思考力と密接な関係にある数学的な見方や考え方を育てるということで可能になるとえた。

(3) 数学的な見方や考え方と数学的な考え方

前述の学習指導要領にある、数学的な見方や考え方における「見方や考え方」は、「見方」と「考え方」の二つに画然と区別できるものではなく、一体のものととらえるべきものである。そこで本研究においても、「数学的な見方や考え方」と「数学的な考え方」を区別せず、同義語として用いることにする。

(4) 数学的な考え方について

片桐重男著「数学的な考え方の具体化」（明治図書），文部省「指導計画の作成と学習指導の工夫」等を参考に数学的な考え方について以下のようにとらえた。

ア 数学的な考え方の分類

(ア) 数学の方法に関係した考え方

- ・帰納的な考え方
- ・類推的な考え方
- ・演繹的な考え方（構造的な考え方，解析的な考え方等）
- ・統合的な考え方（高次への統合の考え方，包括的統合の考え方等）
- ・発展的な考え方（条件変更による発展，観点変更による発展等）
- ・抽象化の考え方（理想化，条件の明確化等）
- ・单纯化の考え方
- ・一般化の考え方
- ・特殊化の考え方
- ・記号化の考え方（数量化，图形化を含む）

(イ) 数学の内容に関係した考え方

- ・単位の考え（単位の大きさや関係に着目する）
- ・表現の考え（表現の基本原理に基づいて考えようとする）
- ・操作の考え（ものの操作や意味を明らかにしたり，広げたり，それに基づいて考えようとする）
- ・アルゴリズムの考え（操作のしかたを形式化しようとする）
- ・概括的把握の考え（ものや操作の方法を大づかみにとらえたり，その結果を用いようとする）
- ・基本的性質の考え（基本的法則や性質に着目する）
- ・関数的な考え（変数間の対応のルールを見付けたり用いたりしようとする）
- ・式についての考え（事柄や関係を式に表したり，式を読もうとする）

イ 数学的な考え方を育てる指導

数学的な考え方の指導は，内容は同じでも，発達段階に応じて指導することが異なっている。例えば，整数，循環小数等を扱うような場合である。よって，授業の中で，児童生徒が発達段階に応じて数学的な考え方のよさを理解し，感得し，考え方を活用できるようにすることが大切であると考える。そのため，小学校，中学校及び高等学校のそれぞれにおいて授業実践を通して研究を行った。

2 研究主題にかかる意識・実態調査

数学的な考え方について，今後の研究の参考にするため，平成6年10月24日から11月5日までの間に，以下のような意識・実態調査を質問紙法で行った。

(1) 学年・性別（児童生徒），教職経験年数・性別等（教員）について

（人）

小学校児童						中学校生徒						高等学校生徒					
全体	4年	5年	6年	男	女	全体	1年	2年	3年	男	女	全体	1年	2年	3年	男	女
463	133	131	199	229	234	698	237	220	241	346	352	1196	375	398	423	487	709

(人)

県全体に対する抽出人数の割合について
は、小学校児童463人が0.4%，中学校生徒
698人が0.6%，高等学校生徒1,196人が1.4%
%，そして教員では、小学校92人が1.0%，
中学校65人が8.9%，高等学校64人が10.2%
%である。

小学校児童の学年別内訳及び小学校教員
の男女構成比については、ともに10%弱の
違いがあるが、他については県内の構成比
とほぼ一致している。

教 員	全 体	教職経験年数			性 別	
		~9	10~19	20~	男	女
小 学 校	92	33	52	7	25	67
中 学 校	65	25	29	11	44	21
高 等 学 校	64	15	16	33	49	15

(2) 楽しい授業に関して…アンケート上段は児童生徒用、下段は教員用

あなたは、数学の授業で、どのように学習しているときが一番楽しいですか。あなたの考えにもっとも近いものをア～キの中から一つ選んで回答欄に記入してください。

- ア 興味のある問題が先生から出されたとき。
- イ 自分でどうすればよいかを考えずに、先生の指示どおりに学習しているとき。
- ウ グループで話し合いながら学習しているとき。
- エ 一人で考えながら学習しているとき。
- オ 機器の操作や作業などをしながら学習しているとき。
- カ 友だちのいろいろな考え方と自分の考え方を比較しながら学習しているとき。
- キ 楽しいときはあまりない。

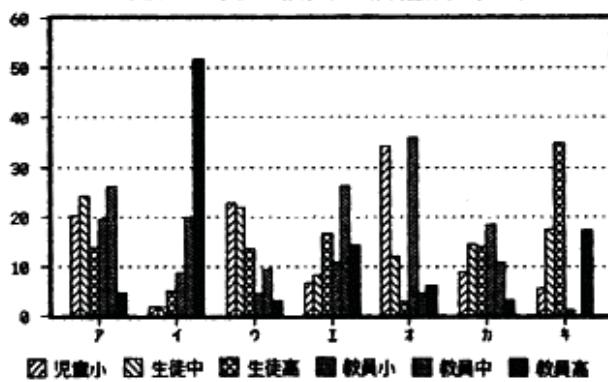
あなたは、算数・数学の指導において、楽しい授業にするため、どのような工夫をしていますか。あなたの考えにもっとも近いものを一つ選んで回答欄に記入してください。

- ア 課題提示の工夫をしている。
- イ どちらかというと、教師が生徒の思考内容・方法をリードして楽しくなるように工夫をしている。
- ウ グループでの生徒の話合いを取り入れている。
- エ 一人で考える時間を十分にとっている。
- オ 操作活動を多く取り入れている。
- カ 比較検討の場面を多く取り入れている。
- キ 楽しい授業を行うという意識はあまりない。

回答 (人)

生徒教員別	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ
小学校児童	93	8	106	31	158	41	26
中学校生徒	169	13	153	57	83	100	122
高校生徒	165	61	161	198	35	168	416
小学校教員	18	8	4	10	33	17	1
中学校教員	17	13	6	17	3	7	0
高校教員	3	33	2	9	4	2	11

授業が楽しいとき
児童生徒・教員・校種別 (%)



小学校ではオ(操作活動)が、また、小・中学校では、ア(課題について)は児童生徒と教師の考えが一致している。しかし、イ(教師中心の授業)やウ(グループ学習)の項目は両者の考えに大きなずれが出ている。考えることの楽しさについてのイやエは児童生徒の数がやや少なく、またキでは、小学校、中学校、高等学校の順で飛躍的に増加している。

(3) 問題解決学習の授業に際して考えること…アンケート上段は児童生徒用、下段は教員用

あなたは、数学の授業で問題を解決するとき、特に、どのようなことに注意して取り組んでいますか。あなたの考えに近いものをア～コ（コはその他で省略）の中から選んで回答欄に記入してください。選ぶ数は二つまでとします。

- ア 問題を解くとき、今まで学んだ数学の考え方を利用しようとしている。
- イ 問題を解くときに、解く方法の見通しをたてて考えている。
- ウ 自分の考え方や答えを順序よく書いたり、説明しようとしている。
- エ 自分の考え方や答えがあっているかどうか確かめるようしている。
- オ 自分の考え方や答え以外に、もっとよいものを見つけようとしている。
- カ 自分の考え方や答えとの違いに注意しながら他の人の発表を聞いている
- キ 問題を解いて分かったことと前に習ったことのつながりを考えている。
- ク 問題を解いて分かったことを他の場面で応用しようとしている。
- ケ 注意して取り組んでいることは何もない。

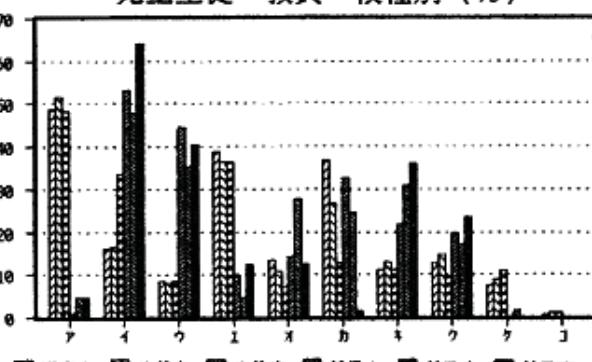
あなたは、算数・数学の授業において、問題を解決する指導を行う際、どのようなことを心がけていますか。あなたの考えに近いものをア～コ（コはその他で省略）の中から選んで回答欄に記入してください。選択数は二つまでとします。

- ア 事象を数学としてとらえさせるようにしている。
- イ 見通しをたてて解くように指導している。
- ウ 筋道をたてた考え方で表現できるよう指導している。
- エ 解いた結果に対して正しいかどうかの判断ができるよう指導している。
- オ よりよいものを考えさせる発展的な考え方を育てる指導をしている。
- カ 考え方や答えについて自分と他人の相違点を考えるよう指導している。
- キ 解決した問題と既習内容との関連が分かるような指導をしている。
- ク 学習した内容を他の場面で応用できるよう指導している。
- ケ 特に注意して指導していることはない。

回答

ア(事象の数学化)、エ(結果の正否の判断)の考えは教師より児童生徒の方が多いが、イ(見通し)、ウ(論理的に表現する)及びキ(体系化)はその反対、カ(相違点の比較)、ク(活用)は両者ほぼ一致の三つに分かれる。またケと回答した児童生徒が約10%はどの校種にも存在している。

問題に取り組む際の注意事項
児童生徒・教員・校種別 (%)



(4) 問題解決の視点…中学校生徒用（小学校児童、高等学校生徒及び教員用は省略）

数学の問題を解く授業を、先生はどのような考え方で行っていると思いますか。あなたの考えにもっとも近いものをア～ウの中から一つだけ選んで回答欄に記入してください。

- ア 問題に正答できたかどうかの結果を大切にしていると思う。
- イ 問題に正答できたかどうかより、問題を解くまでの過程や問題を解く着眼点を大切にしていると思う。
- ウ 問題に正答できたかどうかより、一生懸命努力している点を大切にしていると思う。

回答

どの校種でも、問題を解くまでの過程や問題を解く着眼点を重視する傾向が見られる。

努力が大切という点で、小学校において、児童で44%，教員で16%と、児童と教員の間に大きな差が出ている。

(%)

	児童生徒			教員		
	小	中	高	小	中	高
ア	8	12	15	4	11	5
イ	47	57	73	79	66	75
ウ	44	31	12	16	23	19

(5) 楽しいと感じる授業における思考力と他の質問項目との関係

質問・回答についての説明： 例えば、質問Qで「イ」と答えた者が、質問Aでどのように回答しているかを集計・分析した。

質問Q… [前記の調査項目の(2) 楽しい授業に関して]

質問内容	どのような授業が楽しいか（生徒用）			楽しい授業についての工夫（教員用）		
回答項目	イ 教師主導	エ 自力解決の時間が多い	キ 楽しい意識はあまりない			

回答

生徒校種別	全体	イ (%)			エ (%)			キ (%)			教員校種別	全体	イ (%)			エ (%)			キ (%)		
		小学校児童	中学校生徒	高校生徒	小学校教員	中学校教員	高校教員	小学校児童	中学校生徒	高校生徒			小学校児童	中学校生徒	高校生徒	小学校教員	中学校教員	高校教員	小学校児童	中学校生徒	高校教員
小学校児童	463	8(2)	31(7)	26(6)	92	8(9)	10(11)	1(1)													
中学校生徒	698	13(2)	57(8)	122(17)	65	13(20)	17(26)	0(0)													
高校生徒	1196	61(5)	198(17)	416(35)	64	33(52)	9(14)	11(17)													

質問A… [前記の調査項目の(3) 問題解決学習の授業に際して考えること]

質問内容	問題解決において考える視点（生徒用）			問題解決の指導の視点（教員用）		
回答項目	ア 事象を数学としてみる エ 判断力をつける キ 体系的、系統的に考える コ その他	イ 見通しをたてる オ 発展的に考える ク 他の場面で活用する	ウ 論理的に表現する カ 他人との相違を考える ケ 特にない			

質問B

質問内容	具体的な問題における思考の種類（生徒用）			指導したい思考の種類（教員用）		
回答項目	ア 特に思わない（教師主導） エ 広がりのある考え方 キ その他	イ 帰納的な考え方 オ 統合的な考え方	ウ 演繹的な考え方 カ 深まりのある考え方			

質問C… [前記の調査項目の(4) 問題解決の視点]

質問内容	問題解決の授業における評価					
回答項目	ア 結果重視 イ 過程重視 ウ 努力重視					

回答

(人)

Q の イ	A										B									
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ			
小学校児童	2	3	0	4	1	3	1	0	2	0	1	3	1	0	1	2	0			
中学校生徒	7	2	1	4	0	7	2	2	0	0	2	5	5	0	0	1	0			
高校生徒	24	27	8	22	5	12	5	4	5	0	17	18	9	4	3	6	4			
小学校教員	0	4	4	3	0	2	3	1	0	0	1	4	1	0	1	1	1			
中学校教員	1	5	6	1	4	3	2	1	1	0	0	5	4	0	1	0	3			
高校教員	1	22	12	4	4	0	15	6	0	0	2	11	12	0	6	1	1			

Q の エ	A										B									
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ			
小学校児童	11	7	5	14	5	7	3	4	4	0	5	9	8	3	2	4	0			
中学校生徒	34	6	6	20	4	9	8	17	5	0	12	19	16	0	3	6	1			
高校生徒	103	59	24	71	20	12	24	24	11	1	68	41	46	6	10	8	9			
小学校教員	0	5	6	1	2	1	2	3	0	0	0	5	3	1	0	1	0			
中学校教員	0	9	7	2	2	4	6	3	0	0	1	6	3	3	1	3	0			
高校教員	0	5	8	2	0	0	0	3	0	0	2	5	0	1	1	0	0			

Q の キ	A										B										C		
	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ア	イ	ウ			
小学校児童	3	2	1	9	0	10	4	5	13	0	14	2	4	1	4	0	0	4	11	11			
中学校生徒	48	21	9	30	6	28	9	16	31	2	60	5	5	0	0	1	0	20	63	39			
高校生徒	177	142	27	136	19	38	30	26	89	6	233	90	36	14	13	17	12	92	282	47			
小学校教員	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0			
中学校教員	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
高校教員	0	9	3	0	2	0	5	2	0	0	2	3	4	0	0	2	0	0	8	2			

Qイ→A,Bについて

教師中心の授業で、教師は見通しや表現力を意識して指導をしているが、児童生徒は指示待ちの傾向がある。また、児童生徒、教師とも帰納の考えが多いが、他に児童生徒は深化、教師は統合の考えを好む。

Qエ→A,Bについて

自力解決を好む児童生徒の問題解決は、まず既習事項をもとに考えたり、結果の正否の判断をしている。考える時間を多くとる教師は、論理的思考を重視し、また帰納と演繹において、小・中と高校に著しい違いが見られる。

Qキ→A,B,Cについて

授業に楽しさを感じない児童生徒は、答の正否や友達の考えを気にしている。特に小学生には上述以外の思考は極めて少ない。高校生の35%が楽しいときはあまりないと答えており、事

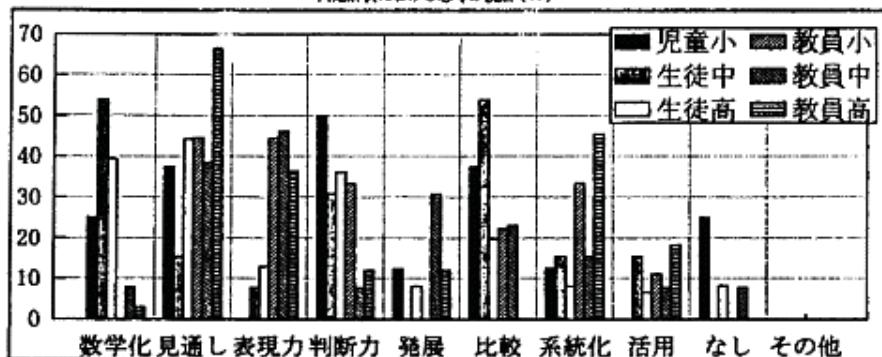
象を数学として見たり、見通しを立てたりしている。また高校教師の17%が、楽しい授業を行うという意識があまりないと答えており、見通しや系統化を重視した授業を考えている。授業が楽しくない児童生徒が授業を努力重視と見ている数が、年齢とともに減少している。

3 授業研究の実践

授業研究2年目の今年度は、小学校は第6学年の「立体」、中学校は第2学年の「1次関数」、高等学校は第1学年「場合の数」の指導において、それぞれの内容に関しての数学的な考え方及びそれぞれの教材を通して育てられる数学的な考え方をとらえる。そして、意識・実態調査を踏まえて、授業の中でどのように育てるかを盛り込んだ指導方法を研究する。

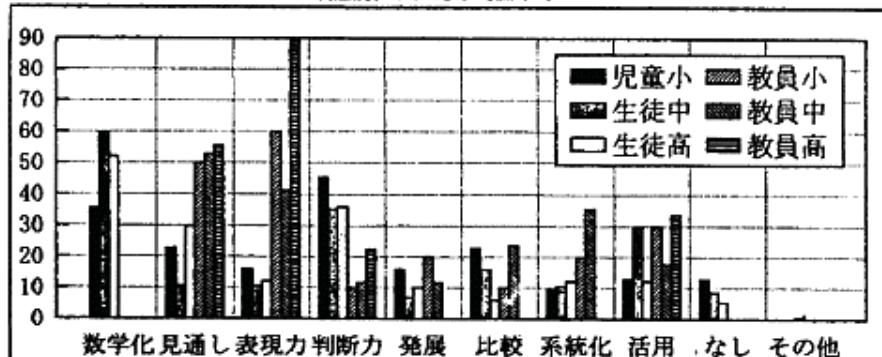
教師主導の授業を選択した場合

問題解決における思考の視点(%)



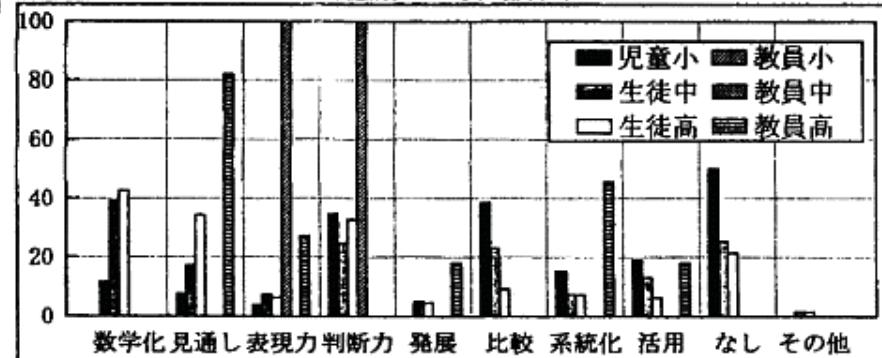
自力解決の授業を選択した場合

問題解決における思考の視点(%)



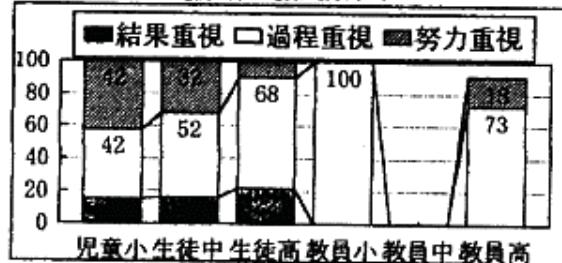
授業の楽しさを感じていない場合

問題解決における思考の視点(%)



授業の楽しさを感じていない場合

教師に対する授業の評価(%)



【授業研究1】 小学校第6学年「立体」

(1) はじめに

学習指導要領の算数科の目標には、「日常生活の事象について見通しをもち、筋道を立てて考える能力を育てる」とあり、数学的な見方や考え方を育てることを重視している。

本学級（6年2組22人、平成7年9月実施）の意識調査の結果、算数の学習でどの学習が好きですかの問いに、半数以上が「図形」と答えている。また、どんなときに楽しいと思いますかの問いには7割以上が「自分で解けたとき」と答えている。つまり、図形の学習が好きなのは自分で解けたという喜びを感じ取れるからであると考えられる。図形の学習では、操作を伴った活動が多く、操作活動から問題解決にいたる場面が多い。また、昨年行われた本研修センターの研究主題にかかる意識・実態調査では、「機器の操作や作業をしながら学習をしているとき」が一番楽しいと答えている。さらに、学級の調査から、「興味のある問題であるとき」や「自分の聞いたものが正答だったとき」が5割以上「楽しい」としている。これから分かるように、興味・関心をひく問題を提示するとともに、成就感・成功感を味わわせる問題であることが児童にとって「楽しい」算数の学習であることが分かった。

しかし、今までの図形の学習で十分に操作活動をさせることができただろうか。単に教科書中心に進めるだけであって、児童に興味・関心をもたせたり、十分な準備をし、たっぷりと活動の時間を確保して、心の底から「やった」と喜んでもらえるような達成感・成就感を与えることができるような授業であつただろうか。

そこで、このような実態を踏まえ、研究主題「数学的に考える力を育てる算数・数学科学習指導の在り方」に迫るために小学校第6学年「立体」の指導を通して研究することにした。実際の授業では、課題解決に当たっての見通しを立てる段階を工夫するとともに、具体物を工夫して念頭操作の活動を取り入れることにより、数学的に考える力である類推的な考え方や帰納的な考え方を育てる研究をした。

(2) 授業の実際

ア 授業に当たって

(ア) 前提・事前テストの結果と考察

前提テストでは、小学校4年の学習内容の定着度をみた。「立方体」、「直方体」、「見取り図」等の用語の忘れが多かった。また、見取り図のかき方や展開図のかき方、立方体の垂直な面の関係も不十分であった。そこで、本单元の導入に「いろいろな立体を作ろう」という時間を1時間設定した。本单元で使う基本的な立体を各自工作用紙で作ることにした。児童たちは、試行錯誤しながらも意欲的に立体の展開図をかき、立体を作っていた。特に円すいの展開図は間違いが多かったが、ほとんどの児童が間違いからおうぎ形の弧の長さと円の周の長さが等しいと気付いた。

事前テストでは、本時の学習をどれだけ予備知識としてもっているか、どれだけそのような見方ができるかを調査した。本時の学習内容である三角柱の展開図は表のように3種類の解答がでた。しかし、ほとんどの児童は一つしかかくことができず、①のかき方が大部分であり、一般的な展開図しかかけないことが分かった。2種類かいたのは5人だった。

問題2では展開図を組み立てたとき、どの辺とどの辺、どの点とどの点が重なり合うか念頭操作の力をみる問題である。隣り合う辺や点どうしであれば操作は容易だが、①や②の離

れた辺や3点で重なる頂点などは 表1 事前テスト結果

あまり念頭操作できなかった。

そこで、本時では展開図をたくさんかく活動を通して、切り開いた辺や面はどう表せるか、逆に重ね合わせたらどうなるかなどを考えさせ、念頭操作の力を育てたいと考える。それには、類推的に考えたり、帰納的に対応の決まりを見い出して考える力も大きく働いていると考える。

(1) 指導に当たって

研究主題に迫るために、次のような点に焦点を当てて授業を行うことにした。

a 課題提示の工夫

切り開いた廃品回収用の牛乳パックを数種類見せ、展開図が普段の生活に使われていることを知らせるとともに、立体を展開図で表すにはいろいろな書き方があることに気付かせたい。また、それには「どこを切ればよいか」切り方の方向付けを行い、解決への見通しが立てられるようにしたい。

b 見通しを立てる段階の工夫

見通しを立てさせる時間を与え、いろいろな展開図を類推させる。そのために、展開図の概形をフリーハンドでメモ用紙にかかせることにした。

結果の見通しが立つことにより、課題解決への意欲付けができ、自信をもって解決に当たれるだろうと考えた。

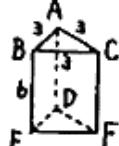
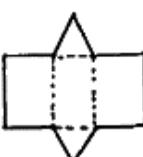
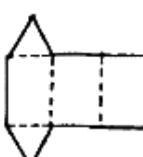
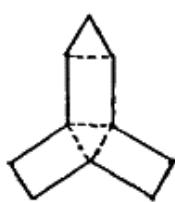
c 個に応じた操作活動の工夫

展開図をかくには、「切り開く」か「重ね合わせる」操作的思考が働く。一般に重ね合わせる方が考えやすい。そこで、全員に三角柱を用意するとともに、次のような工夫をした。

- ・戸惑いがちな児童に対しては、「重ね合わせる」操作から展開図をかかせるために、正三角形2枚と長方形3枚のパネルを用意し、それらを重ね合わせる操作から展開図の形をつかませる。

- ・作業の早い児童に対し、「切り開く」操作から展開図をかかせるために、切り口に色を塗った三角柱を与え、それを見ながら展開図をかかせる。

平成7年9月14日実施 6年2組22人

問 題 内 容	正答率
<p>1 次の立体の展開図をできるだけかきなさい。 (解答例)</p> <p>① ② ③</p>    	<p>① 77%</p> <p>② 14%</p> <p>③ 32%</p>
<p>2 右の展開図について下の問い合わせに答えなさい。</p> <p>① 組み立てたとき辺KL が重なり合う辺はどれか。</p> <p>② 組み立てたとき点K と重なり合う点はどれか。</p> <p>③ 立体の辺を何回切れば 右の展開図ができるか。</p> 	<p>① 45%</p> <p>② 9%</p> <p>③ 27%</p>

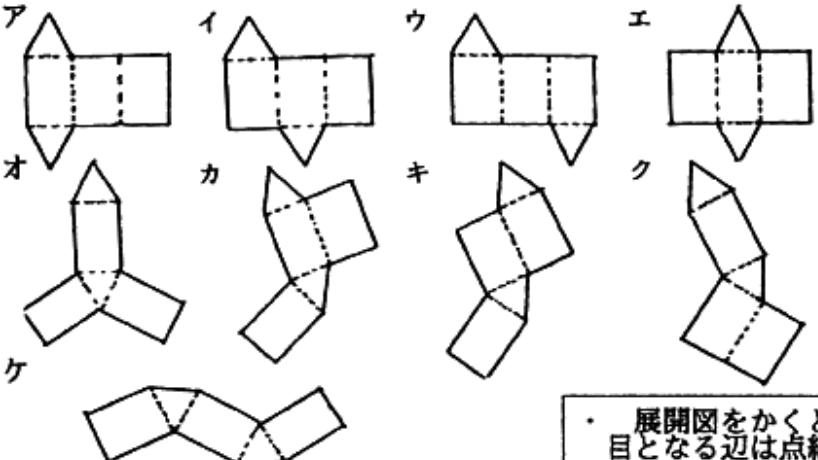
(4) 学習計画 (13時間取扱い) ……本時は第2次の第2時

イ 授業の展開

(7) 目標

- ・三角柱の展開図を進んでかこうとする。 (関心・意欲・態度)
- ・切り開く辺に注意しながら三角柱の展開図を考えることができる。 (数学的な考え方)

(1) 展開

学習活動	教師の支援・評価 (評は評価)
1 学習課題をつかむ。	<ul style="list-style-type: none"> ・切り開いた牛乳パックを見せることにより本時の学習の方向づけをする。 (いろいろな展開図がかける) (辺を切り開く→角柱の場合)
・ 展開図の概形をかき、見通しを立てる。	<ul style="list-style-type: none"> ・メモ用紙に展開図をフリー手でかかせ 概形をとらえさせたい。 評 (数学的な考え方) 三角柱の展開図の概形をとらえ、解決の 見通しを立てることができる。(メモ用紙)
2 各自、辺や頂点に注意しながら三角柱の展開図をかく。	<ul style="list-style-type: none"> ・かけない児童には三角柱を与え、切り開いた形をイメージできるようにする。 ・O児、N児には、側面の形と底面の形に気付かせ、概形がかけるようにしたい。 ・各自、工作用紙に自由にかけるよう3枚ずつ配つておく。
	<ul style="list-style-type: none"> ・展開図をかくとき、切り開く辺を色分けするなど見やすいことに気付かせたい。 ・念頭操作で展開図がかけない児童には、パネル(底面の正三角形2枚、側面の長方形3枚)を与える操作できるように支援する。 ・展開図が早くかけた児童には、キやクといつた難しい三角柱の切り口を示した展開図がかけるよう支援する。
3 各自の考えを発表し合う。	<ul style="list-style-type: none"> ・どの辺とどの辺を切り開いた展開図になっているか発表できるよう支援したい。 ・まちがった展開図も取り上げ、どうして三角柱ができるいかを考える場を設けたい。
	<p>評 (数学的な考え方)</p> <p>友達や教師の展開図を見て、三角柱ができるかどうか考えることができる。 (発表・観察)</p>
4 各自の展開図を切り、立体を作り確認する。	<ul style="list-style-type: none"> ・戸惑いがちな児童には、友達の展開図で三角柱ができるかどうかをパネルを組み立てて確かめるようにしたい。 ・まちがった展開図は黒板で組み立ててみせ、三角柱ができることが戸惑いがちな児童にも分かるように工夫する。 ・自分の展開図が正しいかどうか展開図を切り開き、三角柱を作り確認をする。 ・展開図の切り口の数が同じであることに気付かせたい。 ・自己評価カードに記入する。
5 本時のまとめをする。	
・ 三角柱の展開図の特徴	
6 次時の学習内容を知る。	

ウ 授業の記録

抽出児A 考え方がしっかりとしており、一つ一つを丁寧に解く。発表も活発である。
 抽出児B 算数は好きであるが、応用問題は苦手である。操作活動には活発である。
 抽出児C 算数を不得手としており、教師の支援が必要である。

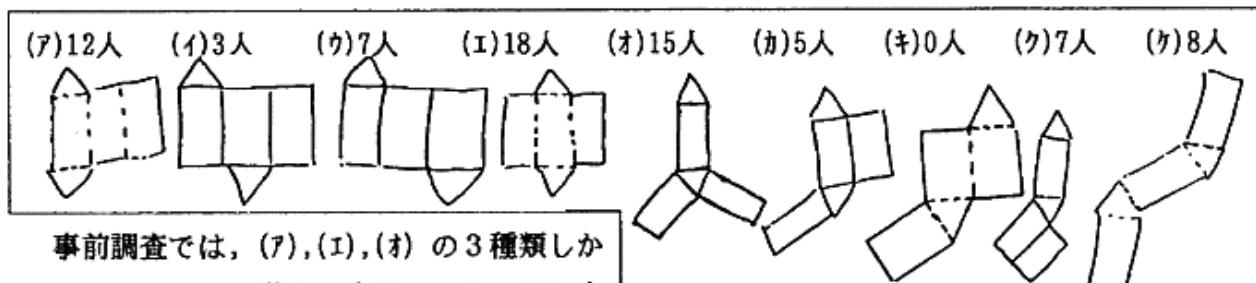
段階	教師の支援・発問	全 体 の 様 子	抽 出 児 童 A	抽 出 児 童 B	抽 出 児 童 C
課題把握	<ul style="list-style-type: none"> 牛乳パックの開いたものを見せる。「どんな形」 どこを切っていますか。 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">■課題提示</div>	<ul style="list-style-type: none"> 少し考える。 拳手「側面」、「辺」 辺に対し同意する。 	<ul style="list-style-type: none"> 「直方体」とつぶやく。 	<ul style="list-style-type: none"> 「長方形」「立体」とつぶやく。 	<ul style="list-style-type: none"> 反応なし
見通し	<ul style="list-style-type: none"> どんな展開図がかけるか。フリーハンドでかけてみよう。 切り開いたところを分かるようにするには・・・。 	<ul style="list-style-type: none"> フリーハンドでかいた数 1こー2人 5こー3人 2こー4人 6こー2人 3こー4人 7こー2人 4こー3人 8こー0人 ・数人が拳手 (ア)ー12人 (イ)ー15人 (イ)ー3人 (エ)ー5人 (エ)ー7人 (イ)ー0人 (イ)ー18人 (エ)ー7人 (エ)ー8人 	<ul style="list-style-type: none"> じっくり考えておりなかなかかき始めない。 二つかく。 うなずきながら拳手をする。 	<ul style="list-style-type: none"> すぐにかき始める。四つの展開図をかく。 発表「カラーペンで印を付けます。」 	<ul style="list-style-type: none"> 最初は定規を持って一本線を引き止まってしまう。 終了間際で一つの展開図をかく。
自力解決	<ul style="list-style-type: none"> 工作用紙にきちんと書いてみよう。 分からぬ人は实物模型を使つていいです。 意欲的な児童には切り口に色を塗った三角柱を児童がちな児童には、展開図の部品(パネル)を配る。 黒板を使って発表させる。 	<ul style="list-style-type: none"> 一齊にかき始める。 1こー1人 5こー0人 2こー13人 6こー0人 3こー7人 4こー2人 (ア)ー7人 (イ)ー15人 (イ)ー2人 (エ)ー4人 (エ)ー7人 (イ)ー1人 (イ)ー14人 (エ)ー3人 (エ)ー3人 	<ul style="list-style-type: none"> (ア)と(カ)の展開図をかく。 辺に色を付ける。 教師に三角柱を渡され、切り口を考えている。 	<ul style="list-style-type: none"> (ア)と(カ)の展開図をかきあげる。 (ア)の展開図をかき始めたが90°が取れず途中になる。 (ア)を黒板で発表するよう指示される。 黒板に作った展開図も辺に色をつければいいことに気付く。 	<ul style="list-style-type: none"> 实物模型を借りてうまく。 (ア)をかき始めるが正三角形のかき方でつまずく。 教師にパネルをもらい、(ア)の展開図を作り始める。
比較検討	<ul style="list-style-type: none"> 凡例を示し、できるかどうか聞く。 	<p>(発表者) 同じ考え方</p> <ul style="list-style-type: none"> (ア)の発表ー 7人 (イ)の発表ー 15人 (エ)の発表ー 7人 (エ)の発表ー 4人 (イ)の発表ー 14人 (カ)の発表ー 3人 できないとつぶやいている。 	<ul style="list-style-type: none"> (ア), (イ)の発表で拳手をする。 「できない、できない」と首を振りながらつぶやく。 	<ul style="list-style-type: none"> 前に出て、切り開く辺に注意しながら発表する。 発表「右の面がつながるところがない。」 	<ul style="list-style-type: none"> 発表を真剣に聞いている。 (ア)の発表で拳手をする。 教師の話を聞き入っている。

< 以 下 省 略 >

エ 授業の分析と考察

(ア) 見通しを立てる段階での児童の反応と考察

資料1 児童の反応の種類



事前調査では、(ア), (エ), (オ) の 3 種類しかかけなかったが、導入で牛乳パックの切り方の違いを示したことにより、(ア)や(エ)をかいた児童は(イ)や(エ)を、(オ)をかいた児童は(カ), (ク), (ケ)などへ考えを広めていった。これより、一つの展開図から類似の展開図を類推していくと考えられる。また、ほとんどの児童たちは直観的にかいている姿が見られ、直観力の養成にも役だったと考えられる。時間を十分とることができたので、一番多い児童では七つかくことができた。しかし一つだけの児童が2人おり、個に対する支援が不十分であったことが反省である。

誤った展開図もいくつかあった。それらは、正三角形の辺の長さが違っていたり、長方形の角が90度でなかつたりがほとんどであった。しかし、それらは技能面の間違いであったので、自力解決時には自分で間違いに気付き修正をしていた。さらに、児童たちの活動を観察すると、長方形をまずかき、その周りに三角形や長方形を配置しながら完成させていた。そこには、規則性を

見い出しながら帰納的に考へている様子が見られた。

(1) 自力解決における児童の反応と考察

この場面では、フリーハンドの展開図の概形をもとに展開図を工作用紙に正確にかかせる活動であるが、技能面の力が要求されるため時間を十分確保した。さらに、念頭操作の力を育てるために、切り開いた辺や重なり合う辺がどの辺とどの辺なのかが一目で分かるように、対応する辺を色分けするように助言した。

個の思考を支援するための工夫から、次のようなことが分かった。

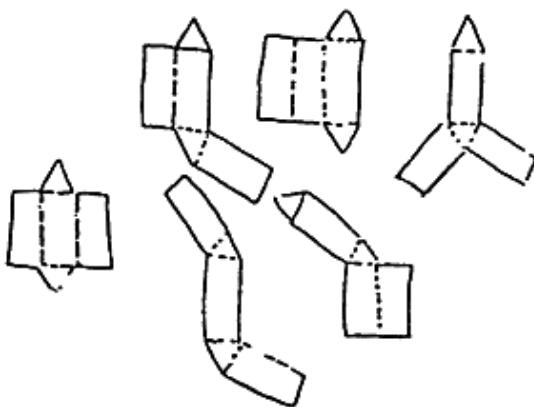
- ・ 三角柱を全員に用意したが、あまり使わなかった。これは概形から類推してかいたと思われる。
- ・ 作業の早い児童（6人）には切り口となる辺に色を塗った三角柱を与え、念頭で切り開く操作をさせた。切り開く操作はやや難しいとみてなかなか完成させることができなかつた。
- ・ 戸惑いがちな児童（4人）には、正三角形と長方形のパネルを用意し、重ね合わせる操作により展開図をかかせた。どの児童も意欲的に重ね合わせていた。抽出児Cは、はじめは試行錯誤していたがそのうち(オ)を作り上げた。

ほとんどの児童は一般的な(イ)、(オ)の形をかいたが、(カ)、(ク)、(ケ)を進んでかいでいる児童もいた。また、(オ)をかくときに下の長方形のかき方ができなかつた児童は教師の支援や友達どうしの話合いで解決していた。

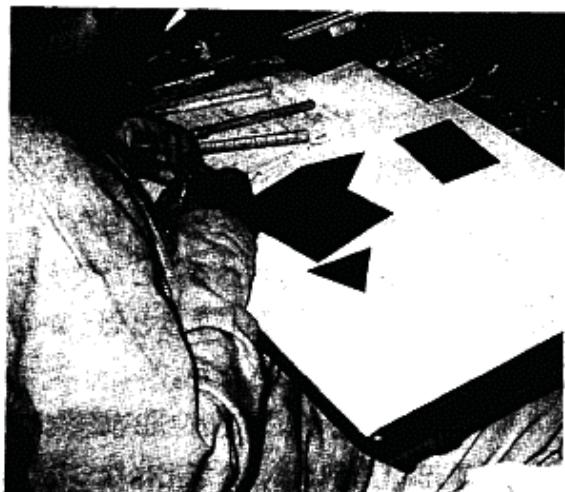
(2) 比較検討による児童の反応と考察

この場面では、(ア)、(ウ)、(エ)、(オ)、(カ)、(ケ)を発表させた。発表に際しては、「どの辺とどの辺を切り開いたか。」を説明させるようにした。それにより、発表者も聞き手も念頭で操作ができる。自力解決の段階では展開図にならないものがかかれなかつたので、右のような図を教師側で取り上げて考えさせた。(ア)、(イ)については「正三角形が下にもないとだめ」や「底面ができない」等の意見があつた。(ウ)については、「×の部分の長さが違う」という意見があり、三角柱ができることが分かつた。これにより、三角柱の展開図の特徴が体験的に理解できた。

資料2 抽出児Bのフリーハンドでかいた展開図

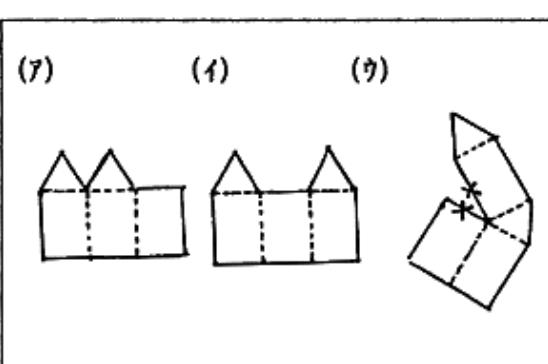


三角柱を作っている様子



資料3 教師が用意した展開図に

ならない图形



(I) 抽出児の変容

抽出児Aは、事前調査では(I)をかいたが、見通す段階では(I)と(O)の2つをかき、自力解決では(I),(O),(K)をかいた。そのうちの(K)は、教師が与えた三角柱（切り開く辺に色を塗ったもの）を用いながらかき上げた。作図が丁寧なので一つ一つ時間をかけてかいていた。

抽出児Bは、事前調査では(O)をかいたが、見通す段階で六つをかいた。自力解決では、(K),(L),(M)をかき上げ、とても意欲的に展開図にチャレンジしていた。

抽出児Cは、事前調査ではかけなかったが、見通す段階で何とか一つをかき上げた。自力解決では(A)を自力で、(O)は教師に渡されたパネルを使って組み合わせるのに試行錯誤したが、展開図を作り上げた。

表2 自己評価カードの分析（学級平均）

(オ) 自己評価カードにおける分析と考察

学習について次の七つの項目で5段階で自己評価させた。

- ・学習に興味をもつことができたか。
- ・前の学習が使えたか。
- ・見通しをもつことができたか。
- ・自分の力で解くことができたか。
- ・友達の考えと比べることができたか。
- ・次の学習に活用しようと思うか。
- ・楽しく学習できたか。

事前調査では、どれも3前後であったが

項目	時間		事前	本時	単元後
	前	後			
見通しをもつことができたか。			3.1	4.3	4.5
自分の力で解くことができたか。	2.8			4.5	4.5

単元終了時には、4以上になった。特に表2のように二つの項目は4.5にまでなった。このことは、見通しをもつ段階を経ることにより、問題が解けるという自信が付くからであると考える。また、単元を通して類推的に考えて操作活動をしたり、帰納的に決まりを見い出して操作活動をしたりすることができるようになってきたからであると考える。

(3) まとめと今後の課題

ア 研究のまとめ

数学的に考える力を育てるために、展開の工夫と教材の工夫をした結果、次のようなことが明らかになった。

(ア) 課題を把握し、見通しがもてるような課題提示の仕方を工夫すれば、児童は課題解決への筋道を立てることができ、意欲的に取り組むことができる。

(イ) 自力解決の場面で、個に応じた具体物を操作させることにより、操作的思考が高められ、数学的に考える力が育つと考えられる。

イ 今後の課題

(ア) 単元を通しての研究であったが、毎時間見通しをもたせる時間を十分確保することは難しい。そこで、学習内容によっては、自力解決で試行錯誤させる場面も必要である。今後は、単元の中で、この時間はどのような段階で押さえるべきかを研究していきたい。

(イ) 念頭操作や具体物の操作による操作的思考を使って類推的な考え方や帰納的な考え方の育成を研究してきたが、今後は演繹的な考え方についても研究していきたい。

【授業研究2】 中学校第2学年「1次関数」

(1) はじめに

中学校学習指導要領には、数学の目標として「数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる」とある。学ぶ力を育てるには、この数学的な見方や考え方を育てること、すなわち数学的に考える力を育てることが必要であると考え実践研究を行った。

研究主題にかかる意識・実態調査（本研修センター1994年11月 調査人数 698人 0.6%）の中で、中学校では次のことが分かる。問題を解くときに、解く方法の見通しを立てて考えていると答えた生徒は16%，問題を解いて分かったことと前に習ったことのつながりを考えていると答えた生徒は13%と低い。また、自分でどうすればよいかを考えずに先生の指示通りに学習しているときが楽しいと答えた生徒は2%であった。事前のアンケートでも、見通しがうまく立てられないと答えている生徒が多かった。

そこで、中学校第2学年「1次関数」の指導を通して、課題に対して既習事項や生活経験をもとに適切な見通しをもって筋道を立てて考え、主体的に解決していくような授業展開を工夫すれば、数学的に考える力が育つであろうと考えた。見通しをもち筋道を立てて考える場合には、幾つかの事例から一般的な法則を帰納する考え方や、既知の似た事柄から新しいことを類推する考え方、既知の事柄から理詰めで推論する演繹の考え方があるが、この研究では、演繹の考え方と類推の考え方の育成に焦点を当てた。

(2) 授業の実際

ア 授業に当たって

(ア) 事前テストの調査と考察

この調査は、第1学年の内容「伴って変わる二つの数量の間の変化や対応の関係を考察する」を比例、反比例の関係を中心に取扱い、関数関係についての理解がどの程度か、今後指導していく 表3 事前テストの結果

上の教師

平成7年 9月4日実施 2学年3組34人

側の構えが どうあるべ きなのかを 知るために 実施したも のである。 その結果は 表3に示し た。この結 果をみると 比例の式が 与えられて いて、一方	問題内容	正答率	問題内容	正答率
			①この図のグラフをかこう。 ②xの値が1ずつ増加するとき、yの値はいくつ ずつ増加しますか。	
1 分速800mで走る自動車で4kmの道のりを行 く。x分間でym進んだとき、次に答えよう。 ①yをxの式で表そう。	26.5%	67.6%	①この図のグラフをかこう。 ②xの値が1ずつ増加するとき、yの値はいくつ ずつ増加しますか。	44.1%
2 yがxに比例し、x=6のとき、y=-9である。 ①yをxの式で表そう。 ②x=4のときのyの値を求めよう。	26.5%	44.1%	4 次の①～④について、yをxの式で表そう。 ①yはxに比例し、比例定数は3である。 ②yはxに比例し、x=- $\frac{1}{3}$ のときy=4である。 ③xとyの関係が次の表で表されている。	64.7%
3 図y=-2xについて、次に答えよう。 ①次の表のくわんをうめよう。	91.1%	23.5%	x -3 0 3 6 9 y -2 0 2 4 6	26.5%

の値から他方の値を求める問題は、比例の関係の学習の最初に行う内容であり、正答率は高かった。また、それに伴って比例のグラフもよくかけていた。

しかし、「 y を x の式で表す」問題は、正答率は低かった。これは、数量の関係を考察したり表現したりする力が不足しているためと考えられる。4については、この単元とも密接につながっているので、指導してから単元に入りたい。課題の素材は、身の回りのものをできるだけ取り入れていきたい。

(イ) 指導に当たって

関数は、生徒が苦手とする教材の一つである。1次関数 $y = ax + b$ のもつ意味が身の回りの事象と結び付けて考えにくい、用語概念の理解が難しいというところに原因があるように思える。毎時間の授業の中で、見通しの時間を数分もち推論させたい。このとき、既習事項や直観を利用しながら見通しを立てるようにならう。どんなにささいなことであっても取り上げ、それが解決するときに大いに役立つことを体得できるようにならう。

a 導入時における課題把握と解決の見通し

生徒には、数学の授業を系統性のあるものとしてとらえられない傾向がある。1時間1時間のまとめで終わってしまい、本時とのつながりを考えることが少ないように思う。この結果、課題が提示されても課題内容の外郭がつかめない、どのように解決していくよいか戸惑うということになりがちである。この実態を踏まえ、課題把握の段階では、次のように工夫した。まず、前時までの内容との関連を十分に理解できるように、1次関数の流れをつかみやすくした画用紙を教室の黒板わきに掲示した。また本時は、前時の学習と見方が逆の学習「直線の式を求める」であることを意識付けるためにOHPを利用（図式化）した。二つ目は、課題①のグラフと課題②のグラフとの違いを詰合いで気付くように配慮した。このことは、傾き a を意識することによって、前時の内容が呼び起こされて見通しをもつ段階に生かされることになり、数学的に考える力を育てることになる。

課題把握が十分に理解できたら、解決の見通しを立てるようにした。この推論の数分間は、生徒の主体的な問題解決活動を可能にする場の一つであると考えた。

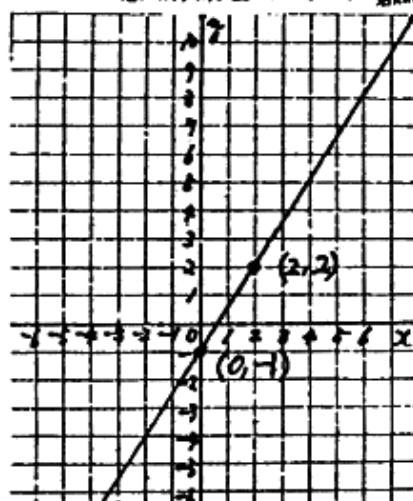
b 見通しをもち筋道を立てて考える力を育てる自力解決

見通しをもとに、直線の傾き a ・切片 b を求める。課題①はグラフからすぐに求めること（既習事項を生かす…演繹の考え方）ができる。だが課題②は切片 b をグラフから求めることができない。解決法1は、課

資料4 ヒントカード

題②の直線は対応する x 、①がもう少しの人へ

見通しより、 $y = ax + b$ は a (傾き) \times b (切片) が分かれれば
yの値の組 $(-5, 4)$ を
通っているのだから、 $y = -\frac{1}{3}x + b$ に代入して求め
ればよいということ（既習事項を生かす…演繹の考え方）になる。この考えは、
点全体の集合で直線になる
という既習事項からきて
るもので、筋道を立てて考
える力を育てることになる
と考える。解決法2は、比



②がもう少しの人へ

見通しより、 $y = ax + b$ は a (傾き) \times b (切片) が分かれれば
ればいいんだね。

・ a は、①のグラフと同じように求められます。
・ b は、正確に読み取れないよね。
↓ こうなれ。

(直線式 $y = -\frac{1}{3}x + b$ で、 $(1, 2)$ を通るが \therefore)

x, y に代入すると $2 = -\frac{1}{3} \times 1 + b$

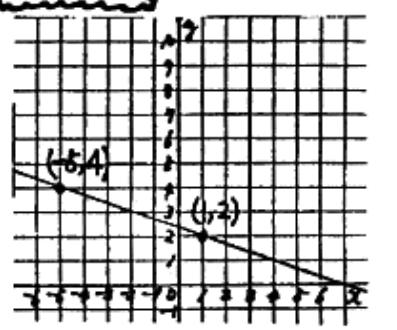
$2 = -\frac{1}{3} + b$

$b = 2 + \frac{1}{3}$

$b = \frac{7}{3}$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

直線を書け下さい



例の考え方を使って解く方法（傾きや切片を求めるために比例の学習をそのまま応用している…類推する考え方）である。この考え方はなかなかでないであろうと思われるが、考えられた場合には大いに認め発表するよう勧めたい。見通しをもとに自力解決できない生徒に対しては、資料4のヒントカードを用意した。このヒントカードは自力解決できるように、また、演繹の考え方が少しでも育つように考え方の流れを示した。

c 練習問題での自力解決

発表後の練習問題では4枚の色違いのプリントを用意し、進度状況や支援すべき生徒の把握に役立てたいと考えた。また、4枚に分けることによって、1問解けたという喜びと、さらに主体的に解いていくとする意欲も出てくるのではないか、そして、類似の問題を解くことで、二つの考え方を育てることになるだろうし、数学的に考える力を育てることになるだろうと考えた。

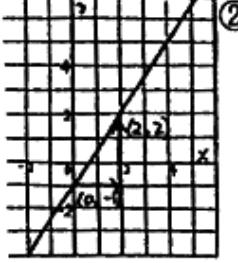
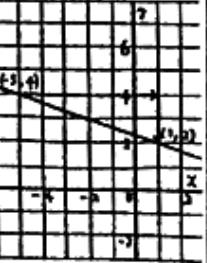
(ウ) 学習計画（16時間取扱い）……本時は第2次の第8時

イ 授業の展開

(ア) 目標

- ・直線の式を求めるために、傾きや切片に着目して考えることができる。（数学的な考え方）
- ・グラフの傾きや切片、代入を生かして直線の式を求めたりすることができる。（表現・処理）

(イ) 展開

学習活動	教師の支援、評価（ ● は評価）
<p>1 学習課題を確認する。</p> <p>(1) 前時と本時の内容の違いを知る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 前時とは見方が逆である。 <p>(2) 学習課題を知る。</p> <p>① </p> <p>② </p> <p>(3) 解決の見通しをもつ。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 見方が逆なんだからグラフをかく時の方法を使えばできそうだ。 ・ 傾きや切片が分かればよい。 ・ 変化の割合を使おう。 ・ 比例のグラフの式を使えばできるだろう。 ・ 2点が分かっているのだからできるだろう。 <p>2 各自の見通しをもとに、自力解決する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 前時の学習と見方が逆であることが見通しをもつ場合重要なので、違いを押さえられるよう掲示物を工夫したい。 ・ 「直線の式を求める」ことをOHPを使って意識付けたい。 ・ 課題①のグラフと課題②のグラフとの違いを話し合いの中で気付くよう配慮し、見通しをもつ段階に生かしたい。 ・ 前時のグラフ書きを想起するための掲示物を、自由に見られるような工夫をしたい。 <p>●<数学的な考え方></p> <p style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">解決のための見通しをもつことができる。 (ノート)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 見通しが立てられない生徒には、ポイントを書いた掲示物を参考に一緒に考えていく。 ・ 前時までのプリントを参考にして自力解決できるよう支援していく。 ・ ②ヒントカード（グラフでは求められない切片の求め方）を利用し、話し合いながら解決するようにする。

- 課題①は、傾き・切片が分かっている場合である。
- 課題②は、2点が分かっている場合である。

3 全体で話し合う。

- 各自の考えを発表する。
- それぞれの考えについて話し合う。

課題①と課題②をまとめること。 → 傾きと切片から式を求める。

評<数学的な考え方>

見通しをもとに自力解決することができる。
(ノート、支援、話し合い)

- ①ヒントカードにより、a, bの意味について発問しながら支援していく。
- 他の解き方（比例の学習）で解くように投げかけ、理解を深めるようにする。
- いろいろな考え方のよさが分かるように、発表のまとめをしていく。



傾きと切片が分かれれば直線の式が求められる。

4 いろいろな方法で直線の式を求める。

- 問題に合った方法で解く。
- 友達同士考えを話し合う。

- 最もよい解決方法を選択し、問題を解くようにする。

5 本時のまとめをする。

- 見通しをもつことの大切さを知る。
 - 既習事項を使って解くよさを知る。
 - 自己評価をする。
- 二つの解決方法をはっきりさせ、自己評価するよう促す。

ウ 授業の記録

2人の抽出生徒を選び出し、授業における活動を次のようにまとめた。

抽出生徒A 既習事項をもとに見通しをもって筋道を立てて考えることのできる生徒

抽出生徒B 数学的に考える力が不十分なために、教師の支援が必要な生徒

講	教師の支援・発問	全体の様子	抽出生徒A	抽出生徒B
課題把握	<ul style="list-style-type: none"> 前回の内容について説明する。 ①と②のグラフの違いは何だろう。 話し合ったことをもとに見通しを立ててみてください。 見通しをもとに、解いていってください。まずは自分で、そして、話し合いは自由にどんどんやってください。(グループ学習) 	<ul style="list-style-type: none"> OHPの方を見て、説明を聞いている。 考えているが、挙手はない。 初めは何を書いてよいのか分からぬ様子。 掲示物を見ながら見通しを書いている生徒もある。また、友達同士話し合っている生徒もいた。 初めは自分で解いていたが、自分の考えをもとに話し合いが進んできた。 課題①は解けたが、課題②の解き方で、話し合いは活発になってきた。「ああっ」と声があがった。ヒントカードを利用している生徒もいた。 代入の意味が分からなくて教師と一緒に学習する生徒が数人いた。(方眼黒板) 	<ul style="list-style-type: none"> OHPの方を見て真剣に聞いている。 教師やOHPの方をじっと見ている。 右上がりと右下がりが違うと答える。 傾きや切片を利用して$y=ax+b$に当てはめると書く。 この題は、生徒Aを中心に話し合っていた。比例の学習を応用した考え方を友達に教えていた。 代入する方法とどちらが分かりやすいかと聞いたら、「こっちの方がいい。でも難しくなると代入の方がいいかもしない。」と答える。 	<ul style="list-style-type: none"> OHPの方を見ている。 周りを見ている。 周りを見ていたが、教師と一緒に見通しを立てる。 一人で考えていたが解決できず教師の支援をあおぐ。掲示物やヒントカードにより課題①は正解を得た。 課題②については理解できず、羣の友達の様子を見ていた。 友達のところへ行き、解き方について話しをしている。
自己解決				

比 較	・発表を聞いてみましょう。 (一斉)	・3人が発表する。 (課題①…1人 課題②…2人)	・真剣に発表を聞く。	・発表を聞いている。
検 討	・代入について再度説明する。	・真剣に発表を聞く。拍手をする。		
・今日のポイントを書きます。直線の式を求めるには何と何が分かればいいですか。	・数人挙手する。	・真剣に発表を聞く。	・挙手はしなかったが、発表者の方を見ていた。	・教師の方を向いていた。
適 用 練 習	・練習問題をやってみよう。	・真剣に取り組み、どんどん問題を解いていった。 た。教師にヒントをもらって解いている生徒が数人いた。	・問題ABCD全て解いた。	・問題Aは自力で解くことができた。 ・問題Bは友達とやっていた。

練習問題の結果 Aは全員 Bまで11人 Cまで17人 Dまで5人

エ 授業の分析と考察

(7) 導入時における課題把握と解決の見通し

導入は、OHPを使って前時と本時の学習内容の違いを知り、また、課題①と課題②のグラフの違いを話合いの中で理解していった。この理解が課題把握と直接結び付いていたかどうか疑問が残る。つまり、話合いは前時の復習のみに終わってしまったような気がする。授業後の反省でも、「内容が分からなかった。」「今日は難しかったので、もう一度復習したい。」と書いている生徒もいた。

解決の見通しをもつ段階では、抽出生徒Aは「傾きや切片を利用して、 $y = ax + b$ に当てはめる。」と書き、抽出生徒Bは書けなかった。抽出生徒Bの個別指導では、OHPや掲示物を見ながら一緒に見通しをもつようにした。9人の生徒が見通しをもつことができないと答えているということは、前時までの一連の学習内容が系統的に理解されていないためであり、今までの練習問題の時間の不足が原因しているように思う。

自己評価カードから

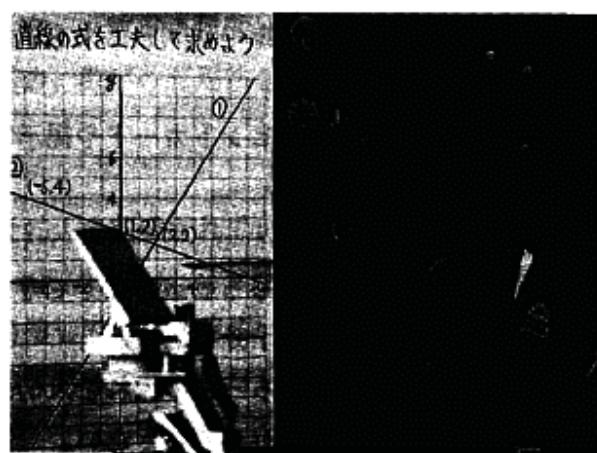
学習課題の意味が分かったか。 はい…30人 いいえ…3人

課題解決の見通しがもてたか。 はい…24人 いいえ…9人

(8) 見通しをもち筋道を立てて考える力を育てる自力解決

まずは自力解決を促したが、事前テストや今までの生徒の反応からグループで助け合い、考えを出し合いながら解くように授業形態を変えた。課題①は抽出生徒Bも正しい答えを得ていた。しかし、課題②では、切片が正確に求められないために全体的に苦労していた。抽出生徒Aは、「3進んで1上がるのだから、1進んだら + 上がるから、切片は 2 + だ。」という考え方をグループの友達に説明していた。

自分の考えを発表している様子



このような考え方をしている生徒が数人いた。この考え方などは、筋道を立てて考えていることになる。また、 b を求めるのには $(1, 2)$ を通るから代入するとよいといった考え方も出てきた。画用紙に作成しておいたヒントカードも有效地に使って、自力で解決しようとしたり、あるいはグループで話合いを進めていた。このように、人間

関係を深めるという意味からも効果があった。教師の支援を求める声もあり、方眼黒板を使って代入してもよいということを理解していったように、主体的な活動が見られた。抽出生徒Bにとって、課題②は代入すればよいと機械的に理解しただけに終わってしまい、その後の練習問題でもそのような傾向が見られた。課題①・②の発表では、筋道を立てて考えた発表内容であった。練習問題では、4枚の色別のプリントを用意した。どの生徒がどのくらい進んでいるかを知るために有効であり支援しやすかった。ただ、教え合うという点ではグループ学習のようににはいかず、理解が不十分な生徒は動きがとりづらいという欠点もあった。自分の力で自力解決できたと答えている生徒が22人だったのは、課題②の代入の考え方が十分に理解できなかつたためと思われる。内容のつながりという点で、指導上の配慮不足があったものと痛感している。

(4) 見通しに関するアンケートの分析

第2次が終わったときに、見通しに関するアンケート（34人実施）をとってみた。理解が

資料5 アンケートの結果

① 見通しを立てて課題解決をすることがうまくいくようになりましたか。
はい…79.4% いいえ…20.6%
② うまくいくようになった理由を書いてください。
<ul style="list-style-type: none">・教科書に頼っていたが、自分で課題の意味がつかめるようになったから。・見通しを立てた方がうまく解けるから。・普ったことを使うようになったから。・自分の力でやろうと思ったから。・先生や友達の考えを参考にしていった。・理解が深くなった。・前の時間の復習ができるようになったから。
③ 掲示物(既習事項)やヒントカードに対して感じたことを書いてください。
<ul style="list-style-type: none">・分からなくなったり利用できた。・忘れたことを思い出すことができた。・ちょっとしたヒントから、問題が解けるときもあった。
④ これからも見通しを立てて解こうと思っていますか。
はい…85.3% いいえ…14.7%

不十分な生徒でも、ヒントをもとに見通しが立てられるようになったと書いている。また、既習事項を生かして見通しをもち自力解決しようとしていることもうかがえるし、見通しを立てた方がうまく解けるという声からも、演繹の考え方方が育ってきていると考えられる。しかし、まだよく分からないと書いている生徒も数人いて、掲示物やヒントカードの内容にまだ深まりがないようにも考える。自分の力でやろうという意識、教師や友達の考えを取り入れようとしている態度が育っていることは事実である。全体的にみると、個人差はあるが数学的に考える力は育ったと考えられる。

(3)まとめと今後の課題

ア 研究のまとめ

数学的に考える力を育てるために、見通しをもって筋道を立てて考え、主体的に解決していくような授業展開を工夫した結果、次のようなことが明らかになってきた。

(ア) 見通しがもてる課題把握の時間を工夫すれば、生徒は課題に対して意欲的に取り組み、解決できるようになる。

(イ) 考え方の流れが分かるヒントカードや掲示物を工夫すれば、生徒は見通しをもちやすくなり、考え方方が深まる。

イ 今後の課題

(ア) 単元を通して見通しをもち筋道を立てて考えていく力を育てようとしたが、発問や生徒の実態に合った手立てが不十分であった。

(イ) 単元全体の見通しをもち一連の流れを大切にした指導法を研究し、また、演繹、類推の考え方の育成についても研究していきたい。

【授業研究 3】 高等学校第 1 学年「場合の数」

(1) はじめに

学ぶ力を育てるには、学習指導要領の目標にある数学的に考える力を育てる必要がある、と考えて研究を行ってきた。

数学の学習は、定理や公式等をでき上がったものとして教わるのではなく、生徒が主体的に考える中から内容を学び取っていくものであり、学習の中心は、生徒の考える活動にあるといえよう。今回の学習指導要領の改訂では、特に社会の変化に主体的に対応し、創造的に生きていくことができる能力や態度を育成することが重視されている。しかし、実際には、定理や公式等の説明、例題の解説、問題演習といった過程の、生徒に問題把握や思考のための十分な時間を与えられない、解説中心の授業形態が多いようである。そして、このような授業形態にありがちな知識や解法テクニックを教えるだけでは、数学的に考える力を育てることは困難である。さらに、本研修センターで実施した意識・実態調査によると、「授業が楽しいときはあまりない。」と回答している高校生が、約35%もいるという結果であり、小学校・中学校の実態と大きな差異が見られる。教材や指導方法を研究し、生徒が興味・関心をもち、生徒自ら数学に取り組む姿勢が出て来るようにならなければならない。そこで、今回は数学Ⅰの「組合せ」で、「数学的な考え方」について焦点を当て、ワークシートを使った授業研究を行った。

(2) 授業の実際

ア 授業に当たって

(ア) 単元 組合せ

(イ) 単元の目標

- 身の回りの事象に現れる組合せに興味・関心をもち、数え上げようとする。

(関心・意欲・態度)

- 順列から導いた結果であるが、新しい概念としてとらえることができる。

(数学的な考え方)

- nCr の記号に慣れ、複雑な問題にも組合せの考えを適用できる。 (表現・処理)
- 順列と組合せとの違いを理解し、組合せの定義を理解できる。 (知識・理解)

(ウ) 教材観

組合せの内容は日常的に身の回りに現れることとして、数学という意識をあまりもたずに考えてきたことであると思うが、ここでは、中学校における樹形図による方法などの発展として、規則に従って個数を数え上げることを取り扱う。この項目全体は確率・統計の基礎として重要な内容であり、適用の範囲も広く、数学の教養としても重要である。操作的、体験的な扱いによって、問題解決能力を高め、数学の有用性を理解させる適切な教材であると考えられる。

(イ) 生徒の現状

本学級は、男子23人、女子17人の計40人で編成されている普通科学級である。指導者は、この学級の授業を週6時間（数学Ⅰ 4時間、数学A 2時間）担当している。入学当初から生徒の大半が、4年制の大学進学を目指している。明るい雰囲気で生徒の反応も良く、授業終了後や放課後、学習内容についての質問も多い。ただし、数学を不得意としている生徒も数人いる。

(オ) 指導の手立て

- 一人一人の生徒の関心・意欲を高め、全員が授業に参加できるように、身の回りの具体的な例を課題に取り込んだワークシートを用いる。
- 「既習の順列から組合せについて理解する過程」と、「具体例から組合せを一般化する過程」は、数学的な見方や考え方を育てる上で重要な過程であり、思考時間を十分に設ける。
- 組合せの考え方や公式の理解だけでなく、簡潔・明瞭・的確といった数学的な見方や考え方のよさを認識するのに、一つ一つ具体的に書き出すとか、身の回りで起こる事象から問題を見付けることなどの操作的、体験的な活動の場を設定する。

(カ) 学習計画、評価計画

学習内容	評価計画				評価規準
	関	考	処	知	
1時 (本時)	組合せと記号 nC_r	○	○		<ul style="list-style-type: none"> 興味・関心をもって課題に取り組める。(関) nC_rが順列から結び付けられる。(考)
2時	組合せの応用		○	○	<ul style="list-style-type: none"> 組合せに関する問題を公式を用いて解ける。(処・知)
3時	組合せの応用 組分けの問題		○	○	<ul style="list-style-type: none"> 組合せの考え方を使って問題の計算ができる。(考・処)
4時	同じものを含む場合 の順列		○		<ul style="list-style-type: none"> 同じものを含む場合の順列が組合せの考え方で解けることが分かる。(考) 組合せの公式を用いて解ける。(知)

イ 授業の展開

(ア) 目標

- 興味・関心をもって課題に取り組み、一つ一つ具体的に書き出す作業を通して、簡潔・明瞭・的確といった数学的な見方や考え方のよさを得られる。
- 組合せの一般的な公式の必要性を実感し、既習の順列をもとにその公式化に意欲的に取り組むことにより、数学的な考え方を理解する。
- 組合せの公式を用い、具体的な問題を解くことができる。

(1) 準備資料 ワークシート

(2) 展開

学習活動	指導上の留意点、評価（評は評価）
1 各自、次の問題を解く。 A, B, C, Dの4人の中から、リレーの選手3人を走る順番まで考えて選ぶ方法は何通りあるか。	<ul style="list-style-type: none"> ワークシートに、具体的にすべての場合を記入するように強調する。 <p>評〈関心・意欲・態度〉</p> <p>興味・関心をもって問題に取り組むことができる。</p>
2 板書の解答を見ながら自分の答と比較する。 3 1の問題で「走る順番を考えないとするときの方法は何通りあるか。」としたときを考える。 ・ 解答を答える。 4 数が多くなったときはどのようにしたらよいか話し合う。 5 ${}_nC_r$ について考える。	<ul style="list-style-type: none"> 分からぬ生徒には、樹形図や辞書式配列法で拾い出すよう声を掛ける。 総数が合っているかどうかを${}_nP_r$の計算から確認する。 考える時間を十分とり、各自の考えがまとまるようとする。 解答を2, 3人の生徒に口頭で答えさせる。 話合いの中から、順列と同じように公式のようなものがあるのではないか、それが順列と関係しそうであるという問題意識をもてるようにならう。 考える時間を十分にとりたい。 板書の順列と組合せの例から${}_nP_r$と${}_nC_r$の関係が結びつけられない生徒には、同じものを括ってみたりするよう声を掛けたい。 <p>評〈数学的な考え方〉</p> <p>${}_nC_r$を${}_nP_r$から導くことができる。</p>
6 ${}_nC_r$ の公式を理解する。 7 練習問題を解く。 高校野球で100チームをリーグ戦にしたら、総試合数はいくつになるか。	<ul style="list-style-type: none"> 3の問い合わせ式$24 \div 6 = 4$に注目できるようにしたい。 話合いのまとめで${}_nC_r$を一般化することにより、n個のものからr個を取った組合せの総数${}_nC_r$へつなげる。 <p>評〈関心・意欲・態度〉</p> <p>興味・関心をもって問題に取り組むことができる。</p> <ul style="list-style-type: none"> リーグ戦の意味を説明する。 本時のまとめとして、組合せの考え方方がこのような身近なことからもできるということを認識できるようにしたい。

ウ 授業の記録

研究授業に際して、1人の先生がビデオ撮影をし、3人の教師がそれぞれ抽出した生徒に密着して活動を観察し、次のようにまとめた。

抽出生徒A：学習意欲があり、また理解力も優れている。

抽出生徒B：学習意欲はあるが、理解力は普通である。

抽出生徒C：学習意欲を高める工夫等、教師の支援を特に必要とする。

教師の支援・発問	全体の反応	抽出生徒A	抽出生徒B	抽出生徒C
1 各自、次の問題を解いてみよう。 「A, B, C, D の4人の中から、リレーの選手3人を走る順番まで考えて選ぶ方法は何通りあるか。」 ・すべて書き出すことを強調する。	・ 静かに問題の説明を聞く。 ・ 热心に取り組んでいる。 ・ 樹形図または辞書式配列法で求めているが樹形図を用いている生徒の方が多い。 ・ 樹形図で書かれていた板書をみながら答を確認している。	・ すぐに樹形図を用いて24通りと求まる。 ・ ${}^4P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ と計算し、答の確認をする。	・ 説明をよく聞いている。	・ 樹形図を途中で止めて $6 \times 4 = 24$ とした。
2 板書の解答をみながら自分の答と比較してみよう。			・ 説明をよく聞いている。	・ 板書を写している。
3 1の問題で「走る順番を考えないときの方法は何通りあるか。」としたときを考えてみよう。 ・すべて書き出すことを強調する。 ・2で板書した図を見て、同じ組の個数を確認し、計算から求められるように机間指導する。	・ 樹形図と辞書式配列法を用いており、その割合は半々位である。 ・ 同じ組の個数確認に全員が取り組み、ほとんどが $24 \div 6 = 4$ とできた。 ・ 数人の生徒が順列の数と同じ組の個数の関連に気付いた。	・ 辞書式配列法ですぐできた。 ・ $24 \div 6 = 4$ とすぐできた。	・ 試行錯誤しながら最後は樹形図を使って4通りと求まる。 ・ 指名され $24 \div 6 = 4$ と答えた生徒の答を写す。	・ 試行錯誤しながら最後は樹形図を使って4通りと求まる。 ・ $24 \div 6 = 4$ とすぐできた。
4 数が多くなったときはどのようにしたらよいか話し合ってみよう。		・ 今までの授業の流れから順列と結び付ければよいと気付いた。	・ 黒板を見ながら考えている。	・ 黒板を見ながら考えている。
5 nC_r について考えてみよう。 ${}^nC_r = {}^nP_r \div r!$ と結び付きますか。	・ $24 \div 6 = 4$ において6が3！であることに興味・関心を示す。	・ ${}^4C_3 = {}^4P_3 \div 3!$ とすぐ結びつき $4 \cdot 3 \cdot 2$ ${}^4C_3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 4$ と自分で計算する。	・ 説明を聞き ${}^4C_3 = {}^4P_3 \div 3!$ と書く。 $4 \cdot 3 \cdot 2$ ${}^4C_3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 4$ の板書を写す。	・ 下を向き始めたがやがて板書を写す。
6 nC_r の公式を導いてみよう。 ・ nC_r を nP_r を使って表現してみよう。 ・ nC_r の計算をしてみよう。	・ ${}^nP_r = \frac{n!}{r!}$ とすることに困難な生徒が若干いる。	・ ${}^nP_r = \frac{n!}{r!}$ $= \frac{n!}{r!(n-r)!}$ とすぐできた。 ${}^5C_3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$ とすぐできた。	・ ${}^nC_r = {}^nP_r$ としたがこのあとがなかなか書けない。説明を聞いて写す。 ・ ${}^5C_3 = {}^5P_3 \div 3!$ $= 5 \cdot 4 \cdot 3 \div 3!$ $= 10$ と解く。	・ ${}^nC_r = {}^nP_r \div r!$ まではできたが、このあと変形ができない。 ・ nC_3 の計算を指名されたが ${}^5C_3 = {}^5P_3 \div 3!$ $= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$ まで答えたが、このあと分からなくなつた。
7 練習問題を解いてみよう。 「高校野球で100チームをリーグ戦にしたら、総試合数はいくつになるか。」	・ 興味・関心をもって取り組んでいる。 ・ 約半数の生徒が解くことができた。	・ ${}^{100}C_2 = \frac{100 \cdot 99}{2 \cdot 1} = 4950$ とすぐ計算できた。	・ ヒントを聞いてから ${}^{100}C_2$ を書く。	・ 解けない。

エ 授業の考察

授業研究を行うクラスにおいて、授業研究の前の時間に実施した事前アンケートによると、中学時に「場合の数」の内容が嫌いであった生徒が35%もいた。普段から考える時間を与える授業を心掛けてきたつもりであるが、それでも生徒の要望として「授業中にじっくりと考える時間を与えて欲しい」という声が多くあった。数学の本質である「数学的な考え方」のよさに気付かせることができたことや、授業研究ではワークシートを用い、進度もゆっくりとり、生徒にたっぷりと考える時間を与えた。その結果、事後アンケートによると、授業に意欲的に取り組めた、考える時間が十分であった、そして考える時間が与えられてよかったですと答えた生徒が、順に全体の60%，70%，65%であった。ワークシートを使ったことや身近な例を取り上げ、考える時間をたっぷりとった授業に興味・関心をもったようである。

(7) 全体の生徒に対する考察

a 関心・意欲・態度について

- ・ 樹形図を作ることや、同じ組になる順列の個数を調べるために意欲的に取り組んでいる。
- ・ 組合せの数を求めるのに樹形図や辞書式配列法では限界があり、能率的ではないので、公式を利用するということに強い興味・関心を示した。

b 数学的な考え方について

- ・ 具体的なことから一般化することに生徒間の差が顕著である。
- ・ 公式そのものは理解できても、具体的な問題に対して、公式の使い方ができない生徒が若干名いる。

(4) 抽出した生徒に対する考察

a 抽出生徒Aについて

- ・ 方法や結果の見通しを立てようとしており、数学的な考え方、態度もある。
- ・ 知識・技能が十分であり、支援なしで次の段階に進める。

b 抽出生徒Bについて

- ・ 説明をよく聞き、板書事項をよく写しているが、やや受け身の授業態度である。
- ・ 学習意欲はあるが、一般化のところで抵抗を感じている。

c 抽出生徒Cについて

- ・ 集中力が続かず、下を向き始めことがあるが、最後まで問題に取り組んでいる。
- ・ 知識・技能が不十分であり、特別に支援が必要である。

3 まとめと今後の課題

今回の授業では、解説することを控え目にし、できるだけ生徒中心になるように、考える時間を十分に与え、具体的な問題を通して順列と組合せの関係に自ら気付き、公式化できるように工夫した。生徒の反応は概ね好評であったが、能力的に高い生徒はやや時間を持て余してしまったようである。今後は、数学的に考える力を育てるために、個に応じて、意欲のわく教材や指導方法を工夫し、生徒一人一人が自ら考えることのできる授業研究を深めていきたい。

じっくりと考えている様子



Ⅲ 研究のまとめ

平成6・7年度の2年間で、学ぶ力を育てる学習指導の研究というテーマをうけ、学ぶ力の一つであり、小学校算数科、中学校及び高等学校数学科の目標にもある「数学的な見方や考え方」に焦点を当てた研究を行ってきた。

数学的な考え方を、方法に関係した考え方と内容に関係した考え方の2通りに分類し、それにおいて細かく具体化を行い、数学的な考え方やそのよさをより明確なものにした。さらに小学校、中学校及び高等学校の児童生徒や教員に対して意識・実態調査を行い、児童生徒が発達段階に応じてどのように考えているかを探った。そしてこの結果を踏まえながら、校種ごとの授業実践を通して研究を行った。

平成6年度には、小学校では、第5学年の「正多角形と円」における円周率の学習で授業研究を行い、中学校では、第1学年の「量の変化と比例」における比例の学習で授業研究を行った。そして高等学校では、第1学年の「場合の数」における順列の学習で授業研究を行った。それにおいて、数学的な考え方の感得・理解が図られたが、これらの授業実践の結果を生かし、本年度は、次のような授業を行った。

小学校では、第6学年の「立体」における展開図の学習で授業研究を行い、图形に対する豊かな見方を養うために具体物を工夫し、多様な展開図をかくという操作活動を試みた。数学的な考え方の中の、類推的な考え方や帰納的な考え方を焦点を当てた。

中学校では、第2学年の「1次関数」における直線の式とグラフの学習で授業研究を行い、生徒が主体的に問題解決に取り組めるように課題把握の時間を工夫し、考え方の分かるヒントカードを用いた。既知の似た事柄から新しいことを類推する考え方や演繹的な考え方を焦点を当てた。

高等学校では、第1学年の「場合の数」における組合せの学習で授業研究を行い、生徒一人一人の学習意欲を高めるために、ワークシートや既習の内容である「順列」を関連させた身近な問題を用い、思考時間等にも十分に配慮した。演繹的な考え方や一般化の考え方、それらの活用を焦点を当てた。

いずれにおいても意欲的な取り組みがみられ、数学的な考え方についての理解が図られた。これは、興味・関心を高め、児童生徒主体の授業となるように、具体物の工夫や操作活動、そして思考時間等への配慮をし、さらに教師が数学的な考え方について、授業の中で、意図的、意識的な指導を行った結果であると思われる。授業の中で、教材についての数学的な考え方に対する概念を整理し、よさを味わい、分かる喜びを感じるように構成することが大切であると考える。

平成6・7年度の2年間の実践研究を通して、数学的な考え方を育てるには教師自身が数学的な考え方を理解し、そのよさを認識することが必要な条件の一つであることが確認できた。さらに指導過程の中で、児童生徒一人一人が、十分に考えて本当に自分のものにすることのできるような問題把握・問題解決のための時間等の工夫、また様々な数学的な考え方や考え方の活用も含めた指導の大切さが確認できた。これらの研究結果を生かし、今後も小学校、中学校及び高等学校の発達段階に応じた研究を継続し、児童生徒が意欲的に取り組み、数学的な見方や考え方のよさを感じできるような、生き生きとした授業の在り方について研究を深めていきたい。