

【授業研究2】 中学校第2学年「連立方程式」

(1) 学習指導案

ア 単元 連立方程式

イ 単元の目標

- ・連立方程式を使うことよさが分かり、問題解決場面で進んで活用しようとする。
(関心・意欲・態度)
- ・連立方程式を解くのに、1つの変数を消去して、1元1次方程式に帰着し、その解き方を見いだす。
(数学的な考え方)
- ・2つの数量関係を連立方程式を用いて表現したり、代入法、加減法を適宜用いて連立方程式を解くことができる。
(表現・処理)
- ・連立方程式、連立方程式の解、連立方程式を解くことの意味を理解し、連立方程式は一定の手順に従って解くことができることが分かる。
(知識・理解)

ウ 単元の数学的な見方や考え方のよさについて

(ア) 教材より

これまでに、生徒は第1学年において1元1次方程式を学習している。1元1次方程式には適用問題を解くときに算数的な解き方に比べて、立式が簡単であり、しかも式を形式的に処理していけば容易に解が得られるというよさがある。しかし、同時に解を2つ求めるような課題においては立式が難しくなり、そのよさが感じにくい場合もあった。

本単元で学習する連立方程式は、順思想的な立式ができ、その式から課題の全体構造が簡単につかめるよさがある。また、代入法、加減法の発想のよさ、その処理の手際よさなどを体験できる教材である。

(イ) 生徒の実態より

実態調査からは、数学的な見方や考え方のよさの中では、分かりやすくなる、有用性がある、及び文字・記号・数字を使えるの3項目以外は30%以下の生徒しか意識していない。特に、美しさがある、驚きがある、喜びがある、楽しさがあるなどの情意的なよさを感じている生徒は少ない。

(ウ) 指導にあたって

本実践では数学的な見方や考え方のよさの感得を比較検討の場に求めた。そのために比較検討する段階を三つのステップ(妥当性の検討、有効性の検討、解決方法の選択)に分けた。

妥当性の検討では、自力解決した一つ一つの考えについて、それが論理的に筋道だっているか検討し、有効性の検討では、簡潔、明瞭、的確という視点から考えのよさを検討する。そして、解決方法の選択では、検討したことを参考にしてよいと思う考え方を選択させ、それを使って問題に取り組ませたい。こうすることにより一人一人の考え方が大切にされ、話し合いが深まることを期待している。

本時でねらっているよさは、連立方程式を用いて解くことよさであるが、授業ではこのよさだけにこだわらず、授業で取り上げた解き方のそれぞれのよさについても認めていきたい。

そして、考えを出し合い、練り上げていく過程を大切にすることにより、楽しさ、美しさ、驚き、喜びなどの情動的なよさについても、感得できるようにしたいと考える。

エ 学習計画 12時間取扱い —— 本時はその第8時（詳細は省略）

オ 本時の学習

(ア) 目 標

連立方程式は、課題文の立式が容易であり、式からも課題の全体構造が読み取れ、形式的な処理で解を求めることができるなどのよさがあることが分かり、それを用いて解こうとする。

(イ) 準備・資料

ワークシート、関数表

(ウ) 展 開

学 習 活 動	教師の支援・評価 (◎は評価)						
1 本時の学習課題を話し合う。							
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> 1個130円のケーキと1個50円のドーナツを合わせて12個買い、ちょうど1,000円になるようにしたい。ドーナツとケーキはそれぞれ何個ずつ買えばよいか。 </div>							
<p>2 自力で解決する。</p> <p>(1) 関数表を使う。</p> <p>ケーキ ドーナツ 合計</p> $130 \times 1 + 50 \times 11 = 660$ $130 \times 2 + 50 \times 10 = 760$ $130 \times 3 + 50 \times 9 = 840$ $130 \times 4 + 50 \times 8 = 920$ $130 \times 5 + 50 \times 7 = 1000$ <p>(2) 1元1次方程式で解く。</p> $130x + 50(12 - x) = 1000$ $x = 5$ <p>(答) ケーキ5個, ドーナツ7個</p> <p>(3) 連立方程式で解く。</p> $130x + 50y = 1000$ $x + y = 12$ <p>(答) ケーキ5個, ドーナツ7個</p> <p>(4) 算数的な考え方で解く。</p> $50 \times 12 = 600$ $1000 - 600 = 400$ $130 - 50 = 80$ $400 \div 80 = 5$ <p>(答) ケーキ5個, ドーナツ7個</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・はじめ全員に、一つの方法だけでなく、思いつく限りいろいろな方法で問題を解いてみるように話をする。 ・問題の構造がうまくとらえられない生徒には関数表を用意し、ケーキを1個買った時、2個買った時、といった要領で考えていくようにヒントを与える。 <div data-bbox="815 1279 1262 1473" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">130円のケーキ</td> <td style="padding: 2px; text-align: right;">x 個</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">50円のドーナツ</td> <td style="padding: 2px; text-align: right;">12 - x 個</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="padding: 2px;">合わせて1000円</td> </tr> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・上記のように、条件を整理して板書し、立式の手がかりをつかめるように配慮する。 ・問題文をそのまま立式できるのは連立方程式だけであることに気付くようにする。 ・鶴亀算による解き方である。難解な方法であり、生徒からは解答が出ないことも考えられるので、力のある生徒に考えさせたい。 	130円のケーキ	x 個	50円のドーナツ	12 - x 個	合わせて1000円	
130円のケーキ	x 個						
50円のドーナツ	12 - x 個						
合わせて1000円							

<p>3 みんなで考える。</p> <p>(1) それぞれの考え方を発表する。</p> <p>(2) それぞれの考え方の共通点や相違点を話し合う。</p> <p>(3) よさを視点にして、よりよい考え方を選び出す。</p> <p>4 練習問題を解く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・(1)~(4)の考え方の発表を聞き、自分の考えと比べてみるように指導する。 ・(1)~(4)の考え方が出なかった時には、教師が補い、残りの考え方を説明する。 ・一人一人の考え方のよさを認めながらも、ここでは立式が容易で、形式的に問題を解くことができる連立方程式のよさを感じさせたい。 ㊦ 連立方程式で解くよさが分かり、それを用いて練習問題を解くことができたか。
---	--

(2) 授業記録(比較・検討の場)

抽出生徒について

- A 理解力に優れ、いつも積極的に授業に取り組む。
- B 学力的には中位だが、ややおとなしく発表や挙手などはあまりしない。

教師の働きかけ	生徒の取り組み																
<ul style="list-style-type: none"> ・4人を指名し、考え方を画用紙に書くように促す。 ・一人ずつ考えを発表してください。質問があったら、その都度、質問してください。 	<p>① 関数表を使う。 ② 算数的な考え方で解く。</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">ケーキ ドーナツ 合計</td> <td style="text-align: center;">$50 \times 12 = 600$</td> </tr> <tr> <td>$130 \times 1 + 50 \times 11 = 660$</td> <td>$1000 - 600 = 400$</td> </tr> <tr> <td>$130 \times 2 + 50 \times 10 = 760$</td> <td>$130 - 50 = 80$</td> </tr> <tr> <td>$130 \times 3 + 50 \times 9 = 840$</td> <td>$400 \div 80 = 5$</td> </tr> <tr> <td>$130 \times 4 + 50 \times 8 = 920$</td> <td>$12 - 5 = 7$</td> </tr> <tr> <td>$130 \times 5 + 50 \times 7 = 1000$</td> <td>(答)ケーキ 5個 ドーナツ 7個</td> </tr> </table> <p>(答)ケーキ 5個 ドーナツ 7個</p> <p>③ 1元1次方程式で解く。 ④ 連立方程式で解く。</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">$130x + 50(12 - x) = 1000$</td> <td style="text-align: center;">$130x + 50y = 1000$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$x = 5$</td> <td style="text-align: center;">$x + y = 12$</td> </tr> </table> <p>(答)ケーキ 5個 ドーナツ 7個 (答)ケーキ 5個 ドーナツ 7個</p> <ul style="list-style-type: none"> ・4人の生徒が黑板の前で、自分の考え方を①~④の順に発表する。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <ul style="list-style-type: none"> A 挙手し、②の考えの意味について質問する。 B ①~④の発表をうなずきながら聞く。 </div>	ケーキ ドーナツ 合計	$50 \times 12 = 600$	$130 \times 1 + 50 \times 11 = 660$	$1000 - 600 = 400$	$130 \times 2 + 50 \times 10 = 760$	$130 - 50 = 80$	$130 \times 3 + 50 \times 9 = 840$	$400 \div 80 = 5$	$130 \times 4 + 50 \times 8 = 920$	$12 - 5 = 7$	$130 \times 5 + 50 \times 7 = 1000$	(答)ケーキ 5個 ドーナツ 7個	$130x + 50(12 - x) = 1000$	$130x + 50y = 1000$	$x = 5$	$x + y = 12$
ケーキ ドーナツ 合計	$50 \times 12 = 600$																
$130 \times 1 + 50 \times 11 = 660$	$1000 - 600 = 400$																
$130 \times 2 + 50 \times 10 = 760$	$130 - 50 = 80$																
$130 \times 3 + 50 \times 9 = 840$	$400 \div 80 = 5$																
$130 \times 4 + 50 \times 8 = 920$	$12 - 5 = 7$																
$130 \times 5 + 50 \times 7 = 1000$	(答)ケーキ 5個 ドーナツ 7個																
$130x + 50(12 - x) = 1000$	$130x + 50y = 1000$																
$x = 5$	$x + y = 12$																

教師の働きかけ	生徒の取り組み
<ul style="list-style-type: none"> ・①～④の考え方で共通している考え方を見つけてみよう。 ・③と④以外で共通しているものはありますか。 ・①～④の考え方のそれぞれのよさについて、また、その中で1番よいと思うものはどれかグループで話し合ってください。 ・同じような問題が出題された時、これから使っていきたい考え方はどれですか。 ・①～④の中で、式から問題文が思い出せるのはどの考え方ですか。 ・練習問題を自分がよいと思う方法でやってみよう。 	<ul style="list-style-type: none"> ・③と④が共通しています。どちらも方程式を使っているからです。 ・④を代入法で解くと③の式になります。どちらも、③の式になるので、共通した考え方だと思います。 ・②と③が共通しています。②では4回計算しているわけですが、③の方程式を解く過程で②の計算はすべて出てきています。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>A ②と③の共通している部分を見つけ、発表する。 B 挙手し、友達の見解にうなずく。</p> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>A 積極的に話し合いに参加し、④がよいと言う。 B ③と④のよさは同じくらいと発言する。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・①は時間はかかるが考え方が簡単である。 ・②は工夫した分かりやすい考え方である。 ・③は立式できれば後は簡単である。 ・④は立式が簡単で他でも使える考え方である。 ・④です。簡単だから(多数)。 ・③です。考えやすいから(1班のみ)。 ・④です。式が問題の内容を表しているから。 ・連立方程式…34人 一元一次方程式… 4人

(3) 授業分析と考察(数学的な見方や考え方のよさについて)

ア 多様性をもつ学習課題の設定

学習課題は個人差に配慮し、数値は簡単なものを用い、また、多様な考え方で取り組めるように設定した。多様性を求めた理由は、個々の考え方それぞれによさがあり、それを考え方を比較・検討していくことにより、生徒は数学的な見方や考え方のよさに気付いていこうと考えたからである。

授業では実際に4通りの考え方が出された。①は関数表を用いた考え方である。方程式の立式ができなくても、考え方は簡単なので多少時間はかかるが確実に解が求められるよさがある。

②は鶴亀算を用いた方法である。この方法には、工夫した考えのよさがある。しかし、問題の全体構造をよく把握していないと理解しにくい面があるため、この方法は連立方程式と比較することにより、連立方程式のよさを感得できるようにするのに役立てた。③は1元1次方程式を用いた方法である。ケーキを x とした時にドーナツを $12-x$ と考えるところに難しさがあるが、立式ができれば形式的な処理で解が求められるよさがある。④は連立方程式を用いた方法である。立式が簡単で、しかも式から問題の全体構造がよく分かるようになっている。他の方法と比較するとそのよさがよく分かる。

イ 多様な考え方で行う自力解決

自力解決の場面では、一つの方法だけでなく、いろいろな方法で問題を解いてみるように指示した。時間も十分あり、数通りの方法で行う生徒が多数いた。その結果、最初に連立方程式で行っていた生徒も、関数表を使った考え方で行うことになった。よさは手際の悪いものや不十分なものと比較するとよく分かるものだけに、この生徒たちには改めて連立方程式のよさが分かったと思われる。

ウ 比較検討の工夫

比較検討は、妥当性の検討、有効性の検討、解決方法の選択の三段階に分けて行った。妥当性の検討の段階では、各意見を代表する生徒が自分の考えを画用紙にかいて黒板の前で発表した。検討の方法としては、一人の発表が終わった後、疑問応答を行う形態をとった。その結果、最終的には四つの考え方とも論理的に筋道だっていることが確認できた。有効性の検討の段階では、最初に共通している考え方はどれか話し合った。生徒は最初に③と④を指摘した。そして、話し合いを進めていくうちに、④を代入法で解いたのが③であることに気付いた。次に、②と③の関連について検討し、②の考え方は4回計算すると答えが出るが、よく考えると③の方程式を解く過程で②で行っている計算がすべて出てくることも分かった。結果として②、③、④は密接に関連していることが確認できた。それぞれの考え方のよさを検討する段階と解決方法の選択の段階はグループ学習の形態をとった。グループ内での話し合いの視点として、「それぞれの考え方のよさは何か。」「一番よいと思う考え方はどれか。」の二つを示し、話し合わせた。この視点を示さないと、連立方程式のよさだけが強く出てしまい、他の考えのよさが認められないと考えたからである。一人一人の考えを大切にすることも、また既習のよさを再認識する機会を与える意味でも、個々の考え方のよさを認めるような学習過程は大切であると思う。この結果、生徒はグループでよく話し合い、4通りの考え方それぞれのよさを見つけることができ、さらに連立方程式で解くよさを体得していた。

(4) 今後の課題

ア 数学的な見方や考え方のよさが分かるというとき、大局的（新しい内容を学習する過程で見えてくる既習内容にもつよさを再認識する）と小局的（新しい内容のよさが分かる）の二つの側面がある。今回の実践で小局的な側面の方が強く出ていたが、今後は大局的側面の指導法についても研究していきたい。

イ 楽しさ、美しさ、驚き、喜びといった情意的なよさの感得を今回の実践のねらいの一つにしていたが、評価の方法が難しく、どの程度達成されたのかが、もう一つ正確さに欠けていたように感じた。今後は認知的なよさだけでなく、情意的なよさの指導及び評価の方法も研究を重ねていきたい。