

第1学年1組 数学I 学習指導案

指導者 金長 信

1 単元 2次方程式と2次不等式

2 単元の目標

- 2次関数のグラフに興味を持ち、その性質を用いて問題解決しようとしている。(関心・意欲・態度)
- 2次関数のグラフから、 x 軸との共有点の個数や2次不等式の解を読み取ることができる。(数学的な見方や考え方)
- x 軸との共有点の個数や2次不等式の解を求めることができる。(数学的な技能)
- 2次関数のグラフと2次不等式の関係性を理解している。(知識・理解)

3 単元の指導について

(1) 教材について

中学校では、具体的な事象の考察を押して、比例、反比例、一次関数及び関数 $y = ax^2$ を扱い、それらを具体的な問題の解決に活用することを扱っている。特に、関数 $y = ax^2$ については、「事象の中には関数 $y = ax^2$ としてとらえられるものがあることを知ること。」「関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ、説明すること。」などを扱っている。ただし、「二次関数」という用語は扱っていない。

ここでは、一般の二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ を扱い、関数概念の理解を深め、関数を用いて数量の変化を表現することの有用性を認識できるようにする。また、二次関数の値の変化を考察することを通して、関数の最大値・最小値をもとめることや二次不等式の解を求めることができるようにする。二次関数は、高等学校で学習する関数概念の基礎となるものである。

(2) 生徒の実態について (男子 16 人, 女子 24 人, 計 40 人)

女子生徒が多く、クラス全体としては落ち着いている。しかし、一部生徒は、やや集中力に欠ける部分があり、教師が説明する時間が長くなると居眠りをしたり、話し始めたりするので、活動する時間を長くすることを心掛けている。また、中学校の内容でつまづいている生徒が若干名おり、机間指導や放課後の学習指導で補っていく必要がある。

前単元の「2次関数とグラフ」では、平方完成した形から頂点を求め、グラフを書く活動を行っている。前述の通り、中学校の内容でつまづいている生徒がおり、平方完成を満足に行うことができない生徒がいる。また平方完成ができていても、そこから頂点を求めることができず、グラフが書けない生徒もいる。そのため「2次方程式と2次不等式」の導入で、いきなり2次関数のグラフと x 軸の共有点の個数について考察させることは難しく、平方完成の仕方や頂点の求め方、グラフの書き方の復習を行ってから考察させる必要がある。

4 指導計画 (6時間扱い)

第1次 2次関数のグラフと x 軸の共有点 2時間

時	学習活動	関	考	技	知	観点別評価規準
1 (本時)	2次関数のグラフを書き、2次関数のグラフと x 軸の共有点の個数について考察する。	○		○		2次関数のグラフから共有点の個数を調べ、その法則性を見つけようとしている。 (関心・意欲・態度) 2次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めることができる。(数学的な技能)
2	2次関数と x 軸の位置関係についてまとめる。		○			2次関数のグラフから、 x 軸との共有点の個数を読み取ることができる。(見方・考え方)

第2次	2次不等式	3時間
第3次	2次不等式の応用	1時間

5 本時の指導

- (1)目標 2次関数のグラフや2次方程式の解の個数から、2次関数のグラフとx軸の共有点の個数を求められるようにする。
- (2)準備・資料 教科書(最新数学I 数研出版) 学習プリント①② 演習プリント
- (3)展開 生徒の活動・考察を中心とした授業にしたい。教員が説明してしまいがちな内容だが、生徒に考えさせ、2次関数のグラフとx軸の共有点の個数についての法則性を発見させたい。

学習活動・内容	指導上の留意点・評価
<p>【導入】5分</p> <p>○2次関数のグラフの書き方について復習する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 平方完成の仕方の確認 グラフの書き方の確認 <p>①平方完成する。</p> <p>②2次関数のグラフの頂点、y軸との交点のy座標を求める。</p> <p>③放物線の形に気を付けながらグラフを書く。</p> <p>例題 $y = x^2 + 4x - 5$</p>	<ul style="list-style-type: none"> 生徒の実態にも既述したように、満足に平方完成を行うことが出来ない生徒がいる。そのためクラス全体で既習事項を確認し、本時の内容に入る。 生徒を指名して、平方完成の仕方や2次関数のグラフの書き方を答えさせてもよい。その場合、前単元で平方完成や2次関数のグラフの作図ができていた生徒を指名し、時間をかけないように配慮する。
<p>【展開1】15分</p> <p>○2次関数のグラフと平方完成の形からx軸との共有点の個数について考察する。</p> <p>例題 $y = x^2 + 4x - 5$</p> <ul style="list-style-type: none"> 導入で確認した内容をもとに、2次関数の平方完成をし、2次関数のグラフの頂点・y軸との交点のy座標を求め、グラフを書く。 $y = a(x - p)^2 + q$のa, qの値とx軸との共有点の個数の関係性について考察する。(学習プリント①を使用) <p>(1) $y = x^2 + 2x - 3$</p> <p>(2) $y = x^2 + 2x + 4$</p> <p>(3) $y = x^2 + 2x + 5$</p> <p>(4) $y = -x^2 - 4x - 12$</p> <p>(5) $y = -x^2 - 4x - 4$</p> <p>(6) $y = -x^2 - 4x - 6$</p> <ul style="list-style-type: none"> 考察して気付いたこと、分かったことをプリント①に書く。 気付いたことを発表し、考察の結果をまとめる。 <p><まとめ></p> <p>2次関数のグラフが下に凸のとき、頂点が</p> <ul style="list-style-type: none"> x軸より上にある→共有点0個 x軸上にある→共有点1個 x軸より下にある→共有点2個 <p>2次関数のグラフが上に凸のとき、頂点が</p> <ul style="list-style-type: none"> x軸より上にある→共有点2個 x軸上にある→共有点1個 x軸より下にある→共有点0個 	<ul style="list-style-type: none"> 導入で使用した例題をそのまま用い、2次関数とx軸の共有点について説明する。 活動が進まない場合は、平方完成した際のa, qの値に着目させて考察させる。 活動が進まないと予想できる生徒には早めにヒントを出す。 <p>・プリント①の解答は、1分1問を目安に板書していく。生徒に発問はしない。</p> <ul style="list-style-type: none"> 気付いたことを、自分の言葉でノートに書かせる。 発表させ、考えを共有させる。 <p>⇒2次関数 $y = a(x - p)^2 + q$ で、a, qが</p> <ul style="list-style-type: none"> 同符号の場合、共有点の個数は0個 q = 0の場合、共有点の個数は1個 異符号の場合、共有点の個数は2個 <p>という考察が生徒から出れば、まとめに追加する。</p> <p>《評価》平方完成の形から、共有点の個数について調べようとしている。(プリント①, 関心・意欲・態度)</p>

<p>【展開2】15分 ○2次方程式の解の個数とx軸との共有点の個数について考察する。 例題 $y = x^2 + 4x - 5$ ・2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解と関連させながら書き、解の個数とx軸との共有点の個数の関係性について考察する。(学習プリント②を使用)</p> <p>(1) $y = x^2 + 2x - 3$ (2) $y = x^2 + 2x + 4$ (3) $y = x^2 + 2x + 5$ (4) $y = -x^2 - 4x - 12$ (5) $y = -x^2 - 4x - 4$ (6) $y = -x^2 - 4x - 6$</p> <p>・考察して気付いたこと、分かったことをプリント②に書く。 ・気付いたことを発表し、考察の結果をまとめる。 ・必要なら、解の公式の確認を行う。</p> <p>2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は</p> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <p><まとめ> 2次関数のグラフとx軸の交点の個数と、2次方程式の解の個数は等しい。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・因数分解や解の求め方について軽く復習させる。 ・導入で使用した例題をそのまま使い、2次関数とx軸の共有点と2次方程式の解の関係性について説明する。 ・解の個数と共有点の個数に着目させ、その関係性に気付かせる。 ・支援が必要な生徒を中心に机間指導を行う。 ・プリント②の解答は、1分1問を目安に板書していく。生徒に発問はしない。 ・自分の考えをノートに書かせる。 ・発表させ、考えを共有させる。 ・解の公式については、中学校で触れている。そのため軽く確認する程度でよい。 <p>《評価》2次方程式の解の個数と、x軸との共有点の個数の関係性を見つけようとしている。 (プリント②, 関心・意欲・態度)</p>
<p>【展開3】10分 ○演習問題を解く。(演習プリント)</p> <p>(1) $y = x^2 + 6x + 8$ (2) $y = x^2 - 4x + 4$ (3) $y = x^2 + 3x + 5$ (4) $y = -x^2 - 2x + 24$ (5) $y = -x^2 - 3x - 9$ (6) $y = -x^2 - 4x - 36$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・(1)～(3)の問題はグラフを、(4)～(6)は2次方程式の解の個数を使って解かせる。 ・解答は1分1問を目安に板書していく。生徒に発問はしない。 ・支援が必要な生徒を中心に机間指導を行う。 《評価》2次関数のグラフとx軸の共有点の個数を求めることができる。(演習プリント, 数学的な技能)
<p>【まとめ】5分 ○2次関数のグラフとx軸の共有点の個数について、本時の内容を振り返る。</p> <p>2次関数のグラフとx軸の共有点</p> <p>2次関数のグラフが下に凸のとき、頂点が</p> <ul style="list-style-type: none"> ・x軸より上にある→共有点0個 ・x軸上にある→共有点1個 ・x軸より下にある→共有点2個 <p>2次関数のグラフが上に凸のとき、頂点が</p> <ul style="list-style-type: none"> ・x軸より上にある→共有点2個 ・x軸上にある→共有点1個 ・x軸より下にある→共有点0個 <p>2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフとx軸の共有点の個数は、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の実数解の個数に等しい。</p> <p>また、共有点のx座標は、2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解に等しい。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・本時のまとめを行い、内容を振り返る。 ・演習プリントは回収し、2次関数のグラフとx軸の共有点の個数を求めることができているかを評価する。

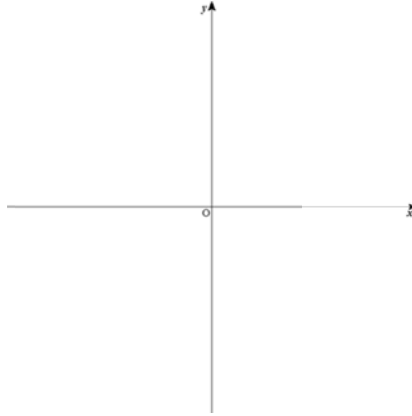
学習プリント① ～2次関数のグラフとx軸の共有点～

(平方完成&グラフ Ver.)

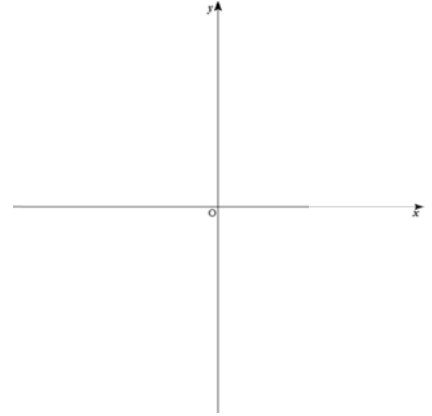
氏名 _____

次の2次関数のグラフとx軸の共有点の個数を求めよ。

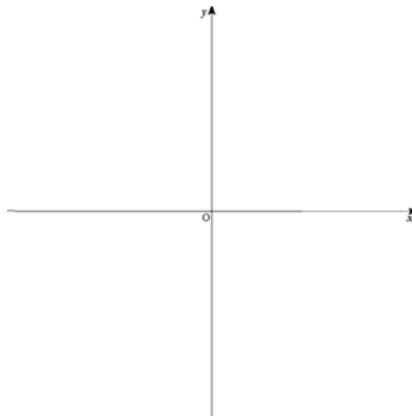
(1) $y = x^2 + 2x - 3$



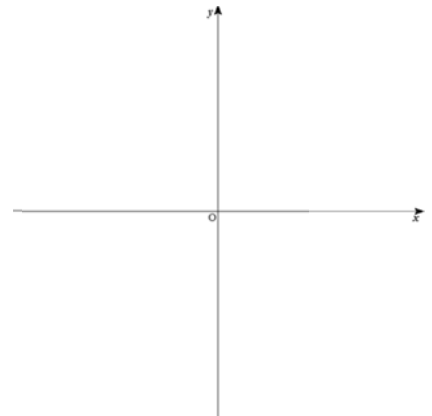
(4) $y = -x^2 - 4x - 12$



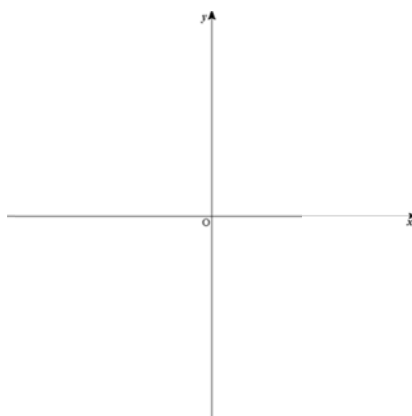
(2) $y = x^2 + 2x + 4$



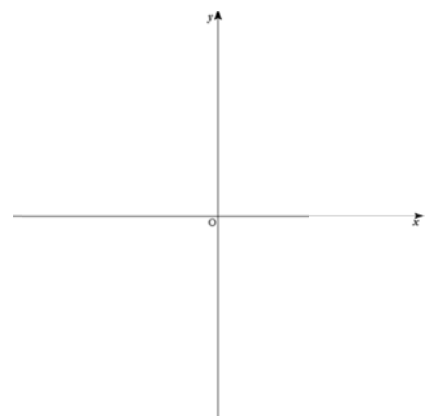
(5) $y = -x^2 - 4x - 4$



(3) $y = x^2 + 2x + 5$



(6) $y = -x^2 - 4x - 6$



まとめ

学習プリント② ～2次関数のグラフとx軸の共有点～

(2次方程式の解&グラフ Ver.)

氏名 _____

次の2次関数のグラフとx軸の共有点の個数を求めよ。

(1) $y = x^2 + 2x - 3$

(4) $y = -x^2 - 4x - 12$



(2) $y = x^2 + 2x + 4$

(5) $y = -x^2 - 4x - 4$



(3) $y = x^2 + 2x + 5$

(6) $y = -x^2 - 4x - 6$



まとめ

演習プリント

氏名 _____

次の2次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

ただし、(1) ~ (3) は平方完成を使い、(4) ~ (6) は2次方程式の解を使うこと。

(1) $y = x^2 + 6x + 8$

(4) $y = -x^2 - 2x + 24$

(2) $y = x^2 - 4x + 4$

(5) $y = -x^2 - 3x - 9$

(3) $y = x^2 + 3x + 5$

(6) $y = -x^2 - 4x - 36$