

高等学校数学A第1学年数学科学習指導案

指導者 久米 景子

1 単元 集合とその要素の個数

2 単元目標

- 日常的な事柄を，集合の考え方をを用いて，解決しようとしている。
(関心・意欲・態度)
- ベン図を利用して集合を図示することで，集合の要素の個数を考察することができる。
(数学的な見方や考え方)
- 具体的な事象について，集合の要素の個数を求めることができる。
(数学的な技能)
- 集合についての用語やその意味を理解することができる。
(知識・理解)

3 単元の指導について

(1) 教材について

中学校では集合に関する内容はほとんど取り扱っていないので，まずは簡単な例を用いて慣れさせる指導が有効であると考えられる。また，記号による取り扱いが多くなるとともに，概念が抽象的になるので，常に具体的な例と関連付けさせるよう心がけたい。しかし，具体的な事象での例を出しやすい単元であるため，生徒に数学を身近に感じさせることができる教材である。

算数パズルから集合の問題を引用することで，解ける実感を味わわせ，数学に対する嫌悪感を払拭されるとともに，興味関心が深まると考える。

(2) 生徒の実態について (男子19人，女子21人，計40人)

クラス全体が明るい雰囲気で見守り姿勢であるが，集中力が続かない生徒が多い。家庭学習の習慣が定着していないため，理解に時間がかかってしまう。発問に対する答えが小さな声であったり，取り組む前から分からないと言ったりするなど随所で自信のなさが目立つので，積極的に評価することで自信を持たせるよう努めている。

4 指導計画 (5時間扱い)

第1次 集合とその要素の個数 5時間

時	学習活動	関	考	技	知	観点別評価規準
1・2 (本時)	集合とその表し方 集合の要素の個数	○				・集合を用いて問題を解決することに関心を持つ。 ・集合を用いて問題を論理的に考えることができる。
3	集合				○	・集合について理解している。
4	集合の要素の個数				○	・集合の要素の個数について理解している。
5	練習問題			○		・集合についての問題を解決することができる。

5 本時の指導

(1) 目標

集合を用いて問題を解決することに関心を持ち，さらに，集合についての用語やその意味を理解している。

(2) 準備・資料

教科書(数研出版 改訂版 数学A), ワークシート (資料1, 2)

(3) 展開

	学習内容・活動	指導上の留意点
第1時	1. 学習問題を確認する。 問題「アリスの学校」(資料1)を解決しよう。 2. 自力で, 学習問題を考える。 3. 4, 5人の班で, 学習問題を考察する。 ・互いの出した考えを比較する。 ・自分の考えを相手に分かりやすく説明する。 ・分からないことを互いに質問する。 4. 班ごとに解答を確認する。 ・解答を見て論理的・数学的な考え方を理解する。 ・班での考えと比較する。 5. プリントの用語を調べる。(資料2左) ・教科書を用いて, プリントの用語を調べ, 穴埋めをする。 ・調べた用語が解いた問題「アリスの学校」では何に該当するか考える。	・不思議の国のアリスに関して, 生徒に発言させながら問題の主旨を説明する。 ・なるべく簡単に話し, 生徒が取り組みやすいように雰囲気になるよう努める。 ・事前に4, 5人の班を作っておく。 ・根拠を明確にし, 相手が分かる説明をするように意識させる。 ・机間指導しながら各班の活動を促す。 ・終わった班には解答のついた次のプリント(資料2)を配布し, 取り組ませる。 ・数字の正誤だけではなく, 論理的な考え方が出来たか確認するように声かけする。 ・班で使用する教科書は1冊とし, 協力して話し合いをしながら取り組ませる。 ㊦ 集合を用いて問題を解決することに関心を持つ。(観察)
	第2時	6. プリントの用語の答え合わせをする。 ・班対抗で穴埋めの答えを発表する。 7. 集合の表し方の問(資料2右)を考える。 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A=\{2, 4, 6, 8\}$, $B=\{3, 6, 9\}$ のとき, 共通部分, 和集合, 補集合等を考える。 ・今まで考えてきた集合の考え方について, 具体的な数の例で考える。 ・班で協力して考える。 8. 問の答え合わせをする。 ・班対抗で答えを発表する。 9. 本時のまとめをする。 ・集合に関する用語を復習する。 ・ド・モルガンの法則や集合の要素の個数の特徴についても確認する。

集合とその要素の個数

(資料 1)

「森の一番高い木に巣をかけて、これで卵を取られることはないと思ったのに……」金切り声をはりあげて、ハトはいい続けました。「こんどは、空から来て卵をねらおうってのかい！ このにくたらしいヘビ！」

「わたしはヘビじゃありませんてば！」アリスはいっしょうけんめいです。

「わたしは……、わたしは……」

「わたしは何だってんだい！ でたらめいったって、こっちにゃ、わかってるんだよ」

「わたしは……、わたしは……人間の子どもよ」あまりにめまぐるしい変身を経験したので、アリスのいいかたは、いささか自信なげでした。

「よくも、そんなことを！」あきれかえったように、ハトはいいました。

「わたしは、人間の子はたくさん見たけど、おまえさんみたいな首をしたのは、一人もいなかったよ！ 何といっても、おまえはヘビだ！ そんな見えすいたことをいうんじゃ、こんどは“卵をたべたことなんて、一度もありません”とでもいうんだろう」

「卵をたべたことはあるわ」アリスはうそをつけない子なので、正直にいいました。「でも、人間の子は、ヘビと同じくらい、卵をよくたべるものよ」

「信じられないね」と、ハトはいいました。「だが、もしそうとすれば、人間の子はヘビと同類なんだ。わたしから見りゃ、どっちもおなじものさ。

はじめてきくこの説に、アリスは一瞬、ポカーンとしてしまいました。

— ルイス・キャロル 『不思議の国のアリス』 —

★問題(アリスの学校)★

アリスの学校には、男の子が25人、女の子が25人います。

この50人の子どもについて、ハトがいいました。「わたしにとっちゃ、卵がすきな子か、きれいな子か、だけが問題さ。フン、35人も卵がすきなのか。卵がすきな子は、女の子のほうが男の子より5人多いな。」

するとネズミがいいました。「わたしにとっては、ネコを飼っている子か、飼っていない子か、だけが問題ですわ。あら、ネコを飼っている子は、たった4人。それも女の子ばかり。」

キャロルおじさんがいいました。「ネコを飼っていて、卵がすきなのは、アリスだけだ。」

さて、ハトにもネズミにもすかれる子どもは、男女それぞれ何人でしょう？

(もちろん、ハトは卵のきれいな子がすきで、ネズミは、ネコを飼っていない子がすきなのです。)

— 『ふしぎの国のアリスの算数パズル』 さ・え・ら書房 —

解答欄

集合とその要素の個数

(資料2)

★問題(アリスの学校)の答え★

まず、卵が好きな男の子をx人とすると、卵が好きな女の子は(x+5)人。合わせて35にんでいるんだから

$$x + (x + 5) = 35 \quad \text{つまり、} \quad 2x + 5 = 35 \Leftrightarrow 2x = 30 \Leftrightarrow x = 15$$

よって卵が好きな男の子は15人、卵が好きな女の子は20人。

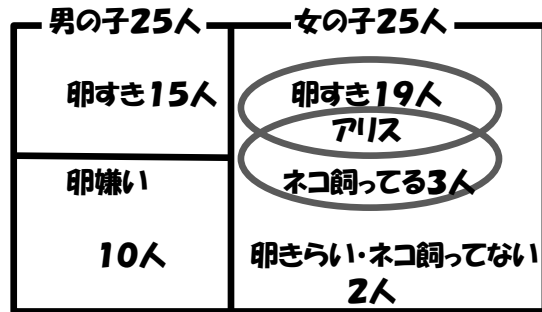
ネコを飼ってる子は女の子だけだから、男の子で卵が好きじゃない10人はネコも飼ってない!

ネコを飼ってて、卵が好きな女の子はアリス1人だけだから、卵がすきでネコを飼ってない女の子は $20 - 1 = 19$ 人、卵が嫌いでネコを飼ってる女の子は $4 - 1 = 3$ 人。つまり、女の子で卵がきらいでネコを飼っていないのは

$$25 - 1 - 19 - 3 = 2 \text{人!}$$

結局、卵がきらいで、ネコを飼ってない子は、男の子10人、女の子2人ってこと。

これを図で表すと...



ベン図

集合 : どんなものでもそれに属するか属しないかがはっきり区別できるものの集まり
(例; 男の子・女の子・卵好きな子...)

要素 : 集合を構成する1つ1つのもの
(例; アリス・クラスの子1人1人...)

$a \in A$: aはAに 属する (例; アリス \in {女の子})

$a \notin A$: aはAに 属さない (例; アリス \notin {男の子})

AはBの 部分集合 : Aのどの要素もBの要素になっていること
 $\Leftrightarrow A$ がBに含まれている

$$\Leftrightarrow x \in A \text{ ならば } x \in B \quad A \subset B$$

AとBの 共通部分 : AとB両方に属する要素 (AかつB)
(例; 卵が好きな子の集合とネコを飼ってる子の集合の共通部分はアリス)

AとBの 和集合 : AとB少なくとも一方に属する要素 (AまたはB)
(例; 卵が好きな子の集合とネコを飼ってる子の集合の和集合は23人の集合)

空集合 ϕ : 要素が1つもない集合
(例; ネコを飼っている男の子の集合)

全体集合 U : 考えてる要素全てによってできる集合
(例; アリスのクラス全体の集合)

補集合 \bar{A} : 全体集合に対してAに属さない要素全体の集合
(例; アリスのクラスについて、女子の集合の補集合は男子の集合、男子の集合について、卵が好きな子の集合の補集合は卵が嫌いな子の集合)

有限集合 : 要素の個数が有限個の集合

無限集合 : 要素の個数が無限個の集合 $n(A)$: 有限集合Aの要素の個数
注) $n(\phi) = 0$

集合の表し方

P : 1~10のうちの奇数

$P = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

←要素を並べる

$P = \{x \mid x \text{は} 1 \text{から} 10 \text{のうちの奇数}\}$

←条件を書く

問 U={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A={2, 4, 6, 8}, B={3, 6, 9}のとき

$$\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$\bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{6\}$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$$

$$A \cap \bar{B} = \{3, 9\}$$

$$A \cap \bar{A} = \{2, 4, 8\}$$

$$\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 5, 7\}$$

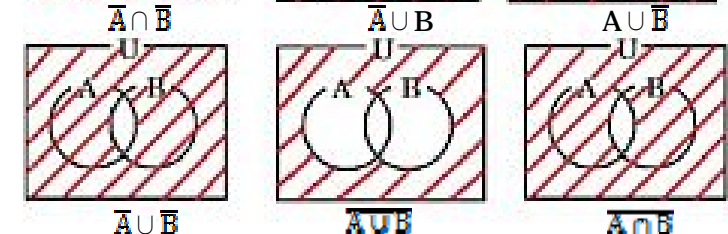
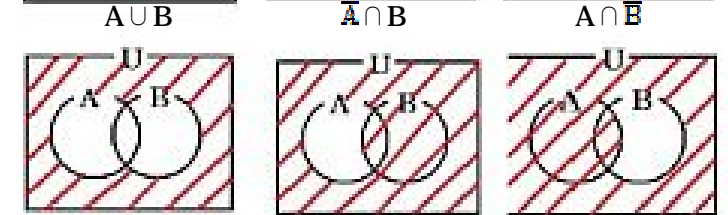
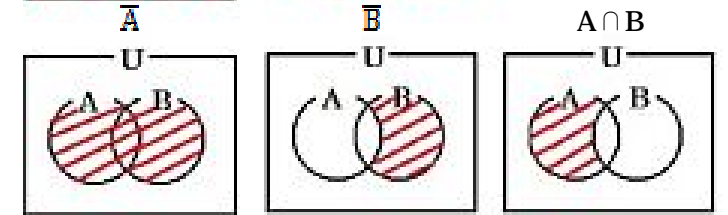
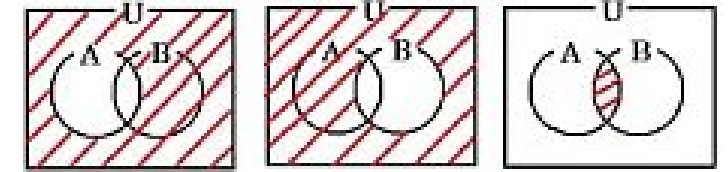
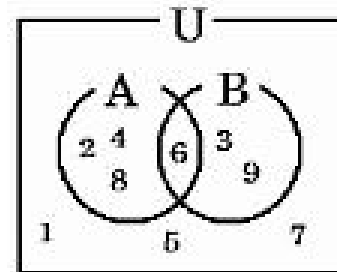
$$\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$$

$$A \cup \bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\bar{A} \cap B = \{3, 6, 9\}$$

$$\overline{A \cup B} = \{1, 5, 7\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$$



ド・モルガンの法則

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

和集合の要素の個数

$$\bullet n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\bullet A \cap B = \phi \text{ のとき } n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

補集合の要素の個数

$$\bullet n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$$