

高等学校第3学年数学科学習指導案

指導者 齊藤 利仁

1 単元 二次曲線

2 単元の目標

- 二次曲線の方程式を図に表すことに関心をもち、曲線の性質を活用しようとする。
 (関心・意欲・態度)
- 二次曲線の方程式及び概形の性質について考察し、二次曲線の特徴を見いだすことができる。
 (数学的な見方や考え方)
- 二次曲線の方程式及び概形や二次曲線に関する具体的な事象において、表現し処理することができる。
 (表現・処理)
- 二次曲線の方程式及び概形や二次曲線に関する基礎的な知識を身に付け、具体的な事象について理解している。
 (知識・理解)

3 単元の指導について

(1) 教材について

座標や式にかかわる内容については、「数学」の「図形と方程式」で、直線や円の性質及びその関係を考察してきた。数学Cでは、考察する範囲を二次曲線(放物線、楕円、双曲線)まで広げ、二次曲線の方程式とその概形及びその基本的な性質を理解し、さらに、二次曲線と直線との位置関係を考察する。放物線については中学校から学習をしており、二次関数のグラフとして生徒になじみの深いものである。しかし、「幾何学的な条件を満たす点の軌跡」としての理解が不十分になることが多い。そこで、放物線の焦点や準線についての性質を体感できるようにするため、「オリガミクス」を導入することにした。

(2) 生徒の実態について(男子のみ38人)

普通科第3学年で、理工系大学の進学を希望する生徒のクラスであり、全体的にややおとなしい生徒が多い。数学に対しては積極的に取り組み、問題をじっくり考えるが、解法を説明することは苦手な生徒が多い。そのため、証明や筋道を立てた解答づくりが苦手である。

4 指導計画(8時間扱い)

二次曲線..... 8時間

時	学習内容	関	考	表	知	観点別評価規準
1 (本時)	放物線					・放物線について考察し、その焦点や準線の特徴を見いだすことができる。
2	放物線					・放物線の方程式から、焦点の座標、準線の方程式を求め、放物線の概形をグラフに表すことができる。
3	楕円					・楕円の方程式から、焦点の座標を求め、楕円の概形をグラフに表すことができる。
4	双曲線					・双曲線の方程式、焦点の座標及び漸近線を求め、双曲線の概形をグラフに表すことができる。
5	二次曲線と直線の共有点					・二次曲線と直線との共有点の個数を理解している。
6	二次曲線の平行移動					・平行移動のよさについて関心をもち、平行移動による式の変化について意欲的に特徴をつかもうとしている。
7	二次曲線と離心率					・離心率 e の値によって、3種類の二次曲線が表れることを理解している。
8	二次曲線の問題演習					・いろいろな曲線について関心をもち、積極的に問題演習に取り組もうとする。 ・問題演習を通して、二次曲線の方程式と概形の関係について考察できる。

5 オリガミクスについて

「オリガミクス」は、元筑波大学教授の芳賀和夫氏が考案した「折り紙の科学」である。紙を折ってできる折り線を使って、幾何の性質を探求することができる。国際語として認識されているオリガミ(Origami)に、学問を表す語尾「ics」をつけて「Origamics」と名付けられた。

(1) 折り紙上の折り線の性質

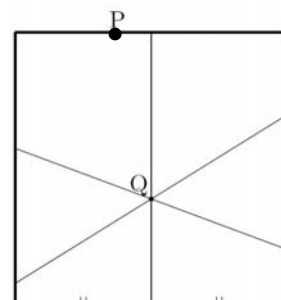
折り紙上の任意の点 P , A , B について

2点 A , B が重なるように折ると、折り線は、線分 AB の垂直二等分線になる。
線分 PA , PB が重なるように折ると、折り線は、 APB の二等分線になる。

(2) 三角形の外心をつくる。 < 数学 A >

作成手順

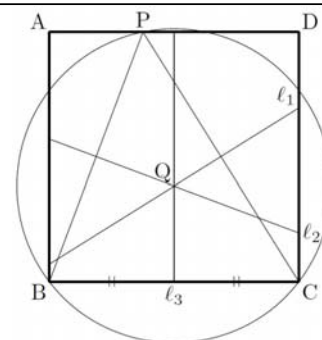
上辺上に任意の点 P をとる。
右下の頂点が点 P に重なるように折り、折り線を作る。
左下の頂点が点 P に重なるように折り、折り線を作る。
できた2本の折り線の交点を Q とする。
右辺と左辺が重なるように折り、折り線を作る。
点 Q が、 でできた折り線上に現れる。
3本の折り線は1点で交わる。



「点 Q は、三角形の外心である。」を証明する。

証明

右図のように、折り線をそれぞれ、 l_1 , l_2 , l_3 とする。
折り線 l_1 , l_2 , l_3 は、それぞれ、線分 PC , PB , BC の垂直二等分線にある。(ア(ア) 折り線の性質より)
このことから、点 Q は PBC の外心である。



三角形の外心
三角形の3辺の垂直二等分線は1点で交わる。

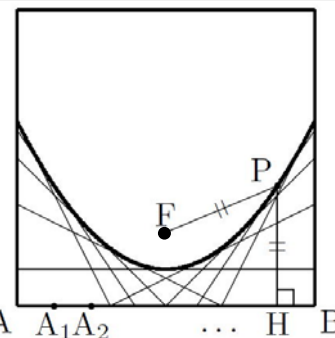
(3) 折り線から浮き出る放物線 < 数学 C >

作成手順

正方形の中央やや下の部分に点 F をとる。
左下の頂点 A が F に重なるように折り、折り線を作る。
頂点 A から下辺上を少し右にずらした点を A_1 とし、
点 A_1 が F に重なるように折り、折り線を付ける。
さらに少し右にずらした点を A_2 とし、点 A_2 が F に重なるように折り、折り線を付ける。
.....

この操作を繰り返して、次々と折り線を付けていく。
最後に、右下の頂点 B が F に重なるように折り、折り線を付ける。

最後まで折り終わると、折り線から浮き出る曲線は放物線になる。
このとき、点 F は浮き出た放物線の焦点であり、下辺 AB は準線となる。



6 本時の指導

(1) 目標

オリガミクスを用いて，放物線について考察し，その焦点や準線の特徴を見いだすことができる。

(2) 準備・資料

折り紙（一人あたり2枚）

(3) 展開

学習活動・学習内容	指導上の留意点・評価
<p>1 オリガミクスを用いて，折り紙上に三角形の外心をつくる。</p> <p>(1) 「5(2) 三角形の外心をつくる。」の方法を用い，折り紙を折る。</p> <p>(2) なぜ3本の折り線が1点で交わるのか，折り線の交点がどんな点か考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・自分が考えていることを互いに説明し伝え合う。 ・既習事項を振り返り，交点が何を表しているか検討する。 <p>(3) 分かったことを発表する。</p> <p>(4) 三角形の外心とその性質についてまとめる。</p> <p>2 オリガミクスを用いて，折り紙上に放物線をつくる。</p> <p>(1) 「5(3) 折り線から浮き出る放物線」の方法を用い，折り紙を折る。</p> <p>(2) 折り線から浮き出る曲線がどうして放物線になるのか考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・自分が考えていることを互いに説明し伝え合う。 ・互いの意見から，どんな線を折ったのか追究する。 <p>(3) 分かったことを発表する。</p> <p>(4) 学んだこと，分かったことをまとめる。</p> <p>3 放物線の焦点と準線について，まとめの学習をする。</p> <p>(1) 折り線は垂直二等分線であることから，浮き出た曲線が放物線であることを確かめる。</p> <p>(2) 放物線の幾何学的な定義及び放物線の焦点と準線の定義を確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・前提となる学習指導として，既習事項の三角形の外心について，オリガミクスの活動を行い，活動の趣旨を伝える。 ・正しく折れているかどうかを確認しながら，折り方を説明する。 ・折ることによりどんな特徴が作り出されたか気付かせる。 ・机間指導をしながら，生徒のつまづきを確認し，「折り線はどんな線かを考えながら，折り直してごらん。」，「三角形の五心を考えてごらん。」などのヒントを与える。 ・説明し伝え合う活動や発表では，根拠を明確にし，相手に伝わるように筋道を立てて話すように指示する。 <ul style="list-style-type: none"> ・どんな線を折っているのか，思考活動もしっかり行うように注意を促す。 ・机間指導をしながら，必要に応じ垂直二等分線に関するヒントを与える。 ・なぜこのような図形が折り上がったのかを考える時間を十分に確保する。 ・説明し伝え合う活動では，結論まで分分からなくても，自分なりに気が付いたり分かったことを話すように指示する。 <ul style="list-style-type: none"> ・折り紙上で行ったことを，座標平面上に置き換え，点や直線を用い，代数的に考察することができるように振り返る。 <p>評 放物線について考察し，その焦点や準線の特徴を見いだすことができる。 (観察，見方や考え方)</p>