

1 研究テーマ

A6 児童・生徒が数学的活動の楽しさを味わえるようにするには、どのような教材を組織し、指導したらよいか
第5学年 「比例」と「四角形と三角形の面積」の指導の関連

2 キーワード

関数の考え、比例、学び直し

3 提案の要旨

(1) テーマについて

茨城・県西グループでは、先行研究や隔月集会研究資料、各研修会などで「A6:児童・生徒が数学的活動の楽しさを味わえるようにするには、どのような教材を組織し、指導したらよいか」について研究を進めている。

国際調査等の結果から、我が国の生徒の学力は改善傾向にあるとしているが、課題もあるとしている。その課題として、具体的には「基礎的・基本的な計算技能・数についての感覚」や「解釈を要する設問や自由記述形式の設問」などを挙げている。本県の児童生徒の実態としては、全国学力・学習状況調査の結果から「関数の考えについての理解が十分ではない」ことが明らかになっている。

これらの結果は、本校の児童にもあてはまる部分がほとんどである。さらに、本学級の児童の実態として特徴的なことは、既習の学習内容が定着しきれていない児童が多いということである。また、「算数の授業を楽しい」と思っている児童がとても多く、楽しさを感じる場面として「問題が解けたとき」を挙げる児童が学級の約3分の2(37名中25名)、を占めた。同じく「友達の説明を聞いてわかったとき」を挙げる児童が学級の約40%(37名中15名)にのぼった。

このような児童の実態から、基礎的・基本的な内容を確実に定着させるために「学び直し」を取り入れたいと考えた。また、自分の考えをわかりやすくまとめたり伝え合ったりする活動を取り入れたりすることを通して、「わかって楽しい」と思える場面をさらに増やしていきたいと考えた。さらには、第5学年では、関数の考えの中の「比例」についての学習をするので、どのように指導していくことが確実な理解につながるのかと考え、本テーマを設定した。

(2) 基本的な考え

① 「数学的活動」とは

「中学校学習指導要領解説 数学編(平成20年9月文部科学省)」によると、「数学的活動とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みを意味している」とある。さらに、「『目的意識をもって主体的に取り組む』とは、新たな性質や考え方を見いだそうとしたり、具体的な課題を解決しようとしたことである」としている。生徒が目的意識をもって主体的に取り組むことにより、数学を学ぶ楽しさや意義を実感できるようにすることもねらっており、このような数学的活動を通じた指導は、各領域において行われる必要があるとしている。

小学校では、「算数的活動」という言葉が用いられるが、「小学校学習指導要領解説 算数編(平成20年8月文部科学省)」によると、「数学的活動」とほぼ同じ解釈をしており、本提案においてもそのようにとらえることにした。

② 「楽しさ」とは

「数学的活動の楽しさ」とあるが、この「楽しさ」については、単に面白い、楽しければよいという意味ではなく、活動を通じた「数学を学ぶこと」の楽しさということの意味している。つまり、「算数・数学にかかわる内容がわかる楽しさ」だけではなく、事象を観察して法則を見つけたり、日常の事象と結び付けたり、解決した問題から新しい問題をつくったりなどの「活動を通して得られる楽しさ」も含めて考えるものとする。

③ 「数学的活動の楽しさ」が目指すもの

数学的活動の楽しさが味わえる指導の在り方を追究することにより、実生活との関連を図り、事象を数理的に考察する力を伸ばし、数学的な見方や考え方をを用いて、問題

を解決する能力を一層高めたい。また、算数・数学を学ぶことの面白さ、考えることの楽しさを味わえるようにしたい。そういったことが、最終的には学ぶ意欲の向上や学習内容の深い理解につながるものと考えます。

(2) 先行研究

① 「数学的活動」とは

【和田義信先生 講演集から】

数学は一つの活動です。数学は単なる数学的な事象をいうのではなく、活動を指している。数学的な活動は複雑であって、それらの間の推論関係は、3つの段階に区分することができます。すなわち、数学化、演繹、応用という3つの活動です。

【平岡忠先生の指導から 研究資料VOL39 NO. 5】

大切なことは、「目的意識」を持って「主体的に取り組む」算数・数学に関わりのある活動であるということです。

【古藤怜先生の指導から 研究資料VOL41 NO. 1】

解説書などによる、その活動を「外的活動」の次に「内的活動」がくるというように、画然として区別できるものではないと思います。子供の頭の中ではこの2つが同時に働いていることが多いとも考えられます。重要なことは、中学生だからといって、外的な活動を省略して、すぐ内的な思考活動に入るのではなく、子供の活動が「目に見える」外的な活動を大切にする必要があります。

【片桐重男先生の講義から (H12. 5月隔月集会 市川市立鬼高小学校)】

- ・外的な活動が算数的な活動の中心だと考えていいのだろうか。
- ・今までも児童の主体的な活動を考えて、授業をしてきている。けども、時にはそれがおそろかになることがあったかもしれない。あるいは、気付かなかった、うまくできなかったということがあったかもしれない。そういう所をもう一回よく反省し直して、そういうことができるだけなくなるように、例えばこういう概念を取り入れて、よりよく活動ができるようにしていきたい。
- ・作業的・体験的な活動が算数の時間の中心ではないのです。ここを間違えて、絵・図をかいたり、教具を使って答えを出せばよいということでは、算数のレベルは益々下がり、望ましい力は付いてこないのです。…最終段階に至るまでに作業的・体験的活動を十分させることは必要なことです。ただしそれは過程（プロセス）であって、ねらいではないのです。ねらいは思考活動であり、思考で判断できることです。
- ・内的思考活動を主とするものである。ただし、それに至るまでの間に、外的な活動も重要である。そういうものも算数的活動に含まれてもよい。

【杉山吉茂先生の指導から (研究資料VOL42 NO. 3)】

(東京) 関 正浩氏の「小学5年 小数のかけ算・わり算」の提案

算数的活動の「算数的」を「算数のような」ととらないようにしたい。算数的活動とは、「あくまで数学をつくる活動」ととらえたい。

【杉山吉茂先生の講義から (研究資料VOL51 NO. 2)】

私は「数学的活動」も「数学を創造し発展させる活動」と定義したい。数学的活動の中には、当然、数学的な考え方が含まれている。「数学的活動を通して」数学の学習を進めようと述べられていることは、とりも直さず、創造的・発展的に学習を進めようということと同じだと考える。

② 「数学的活動の楽しさ」とは

【根本博先生の指導から (研究資料VOL39 NO. 3)】

数学的活動の楽しさとは、単に面白い、楽しければよいというより、活動を通して数学を学ぶ楽しさが味わえるようになること。

【平岡忠先生の指導から】

平岡忠先生から、生徒が数学を学ぶ楽しさを学習のどの場面でどのように感じているかを例示している。

- ・「学習の結果」に関連した楽しさ
問題が解けた、ある事柄がわかった、やり通した、役に立ったときの楽しさ。
- ・「学習の内容」に関連した楽しさ
パズルや数列の美しさや不思議さに気が付くというように、数学の本質からくる面白さや不思議さを実感したときの楽しさ。

- ・「学習の過程」に関連した楽しさ
課題を追求していく過程で、次第に解決の糸口がつかめたり、複雑なものが簡単になっていたり、美しくなったりしたときの楽しさ。
- ・「学習環境・雰囲気」に関連した楽しさ
授業を通じて教師と生徒、友達どうしの人間関係がうまくいっている、クラス全体が協力的になっているとき、その学級で学習することの楽しさ。
- ・「指導法」に関連した楽しさ
考える時間を十分にとったり、作業や操作や実験による方法を取り入れてくれたり、わかりやすく指導してくれたときの楽しさ。
- ・「指導形態」に関連した楽しさ
ひとりひとりの特性をよくつかんで、個に応じた指導をしてもらったり、グループ形態のようにみんなで力を合わせて調べたり考えたりまとめたりすることの楽しさ。
- ・「教師の資質・人間性」に関連した楽しさ
教師が生徒と公平に接し、明るくユーモアがあり、生徒の考えを認め、励ましてくれるような支援をされたときの楽しさ。

【根本博先生の著書『数学教育の挑戦』から】

新学習指導要領では、目標に「数学的な学習の楽しさを知る」という文言が盛り込まれているが、これは、数学の学習が、与えられた問題を解いて結果を出すというだけでなく、事象をよく観察し問題を見いだしたり、様々な解決方法を考えたり、得られた結果についても振り返ってよく考え新たな発見をしたりするなど、様々な活動を通して数学の理解を一層深めることをねらいとしたものである。

以上のことから、茨城・県西グループでは次のようにテーマについて捉えることとする。

「数学的活動」とは

児童生徒が目的意識を持って取り組む様々な活動である、児童生徒の興味・関心などの情意的な側面も関わるが、問題を解決するために、数える、並べる、使う、などの具体的な活動（外的な活動）を通して、試す、分類する、比べる、関係づけるなど念頭操作（内的な活動）をする思考活動ととらえた。

さらに、新たな問題に出会ったり、新たに事象を観察したりするときに、内的な活動によって得られた概念を再び外的な活動や内的な活動によってその概念を修正したり拡張したりするなど思考力を高める活動と考える。

「数学的活動の楽しさ」とは

「活動そのものの楽しさ」と「活動から得られる楽しさ」の2面から考えた。

○ 活動そのものの楽しさ

児童生徒が、手や身体を使って物を作ったり、動かしたりする中で、体験できる数学の学習の楽しさととらえている。しかし、この楽しさは、児童生徒の興味・関心に関わる情意的な側面が大きい。これらが思考活動のきっかけになると考えられる。

○ 活動から得られる楽しさ

楽しさについては、主観的なものに関わるので、客観的に見ることは難しいが、次のようなことが、児童生徒の算数・数学から得られる楽しさを感じている姿としてとらえた。

- ・ 数、量、図形についての意味が本当によく分かったときに得られる、学ぶことの楽しさ
- ・ 数、量、図形についての技能を確実に身に付け、それを活用していくときに得られる充実感
- ・ 数、量、図形について多面的に見たり、論理的に考えたりするときに得られる喜び
- ・ 事象を数理的に考察したり、処理したりするなどのよさが感得できたときに得られる感動
- ・ 課題に対して解決の見通し（方法や結果の見通し）が持て、自分なりに解決できたときの喜び
- ・ 数学の美しさや不思議さに触れたときの感動
- ・ 自分の考えが他の人に分かってもらえたときの喜び

以下の提案は、片桐重男氏の「活動のねらいは思考活動」、「内的思考活動」という考えに基づいた数学的活動（算数的な活動）に取り組んだ実践である。

4 提案の内容 —第5学年 「四角形と三角形の面積」—

(1) 「関数の考え」について

関数の考えとは、数量や図形について取り扱う際に、それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考えである。関数の考えによって、数量や図形についての内容や方法をよりよく理解したり、それらを活用したりできるようにすること、また、ともなって変わる2つの数量の関係を考察し、特徴や傾向を表したり読み取ったりできるようにすることが大切なねらいである。小学校では、関数そのものとしては、「比例」と「反比例」のみを学習することになっている。しかし、第2学年の乗法の学習で、乗数が増えていくときの積の増え方に着目するなど、低学年の算数の学習においても素地的な指導が行われている。第4学年から第5学年においては、身の回りの事象の中からともなって変わる2つの数量の関係を見だし、それらの数量の間の関係を表やグラフなどに表して考察する。また、「直径の長さは半径の長さの2倍になっている」、「円周は直径のおよそ3.14倍の長さになっている」などといった、図形を考察する際にも関数の考えを用いている。さらには、長方形の面積の公式などのように、具体的な数量の関係を公式の形に一般的に表し、その公式を多面的にみることによって新たな関係を見いだす学習もする。

杉山吉茂氏は、『初等科数学科教育学序説』の中で、『関数の考え』は、それを知ることが目的ではなくて、それを使ってうまく問題解決ができるようになることが大切」と述べている。

以上のことから、本提案では「四角形と三角形の面積」の指導において、「面積は何によって決まるのか」といった関数的な見方の指導をより強化することによって、理解を深めることをねらいとした。

(2) 「学び直し」について

新学習指導要領では、小学校でも中学校でも、学び直しの機会を設けながら学習を進めていくことになっている。それは、数量や図形についての知識・技能の確実な定着や、数学的な思考力・表現力の育成をねらったものである。

根本博氏は、unlearnという言葉を用いて、「学びほぐす」「学び直す」ことが重要と述べている。それは、私たちの勉強には、学校で学んだことを家でもう一回やってみると分かるということがたくさんあり、学校でやったことを自分でやってみて、それでよく理解することが大事だと言っている。つまり、得られた結果についてそのままにせず、振り返ってその意味するところをよく考えることにより理解が深まるということである。

また、根本博氏は『数学教育の挑戦』の中で、「補充的な学習」について述べている。そこでは、「補充的な学習を、単なる計算練習や同じ内容の繰り返し学習にならないようにしたい」、そして、「補充的な学習で、技能の習熟と同時に重要なのは、意味の発展的理解である」と述べており、スパイラル的な指導についても言及している。また、『数学的活動と反省的経験』では、「数学の学習活動を通して、物事をよく観察したり、関係付けて考えたり、また、問題解決の過程や得られた結果を振り返って考えたりする人間らしい思考・判断を大切にしたい」と述べている。

これらのことをもとに、本提案では「四角形と三角形の面積」の指導において、例えば三角形の面積で「高さや面積がどのような関係にあるか」といった「関数」の視点で学び直し活動を取り入れることにより、発展的な理解につなげたいと考えた。

(3) 小学校における「比例」の指導について

小学校では、第5学年で比例の学習をする。第4学年までには、加法、減法、乗法、除法の用いられる場合に関連して、ともなって変わる2つの数量の関係について学習する。それを踏まえて、第5学年では、ともなって変わる2つの数量の関係を考察する能力を高めるとともに、比例の関係について知り、関数の考えを伸ばしていく。第5学年では、表を中心に扱い、比例に関しては「一方が2倍、3倍、4倍、…になれば、それにとまって他方も2倍、3倍、4倍、…になる」という特徴やきまりについて理解する。

第6学年でも比例の学習をする。第6学年では、第5学年までに学習してきた数量関係の見方をまとめるために、ともなって変わる2つの数量の中から比例の関係にあるも

のを中心に考察し、関数の考えを伸ばしていく。具体的には、「一方が $1/2$, $1/3$, $1/4$, …と変化するのにもなって、他方も $1/2$, $1/3$, $1/4$, …と変化する」ことや「2つの数量の対応している値の商が、どこも一定になっている」こと、「比例のグラフは、原点を通る直線になる」ことなどについて学習する。さらには、比例の関係を問題の解決に利用し、関数の考えを深めていく学習も行う。第6学年では、「反比例」の学習もするが、そのねらいは「比例についての理解を深める」ことにある。

つまり、第5学年では、ともなって変わる2つの数量の関係を表に表し、その変わり方について考察するということが指導の中心になる。本提案でも、そのことを踏まえ実践した。

(4) 第5学年における「比例」の指導について

実際の授業において、どの単元で「比例」について扱い学習するのかについて、教科書を比較することにより調べてみた。その結果が、【資料1】である。

その結果、図形の指導と関連付けて指導することが多いことがわかった。また、「比例」という言葉の定義を、体積の単元で行っているものも複数あった。

そこで本提案では、「四角形と三角形の面積」の指導において、教科書で扱っている「平行四辺形の面積は高さに比例する」という学習内容を、三角形や台形、ひし形にまで広げて考察することにより、面積についての理解が深まり、比例についての理解も深まるのではないかと考え、以下のような実践をした。

(5) 単元の目標と指導計画

① 単元の目標

【算数への関心・意欲・態度】

- 平行四辺形や三角形、台形、ひし形の面積を求めるときに、既習の図形の面積の求め方や知識、経験などを進んで用いようとする。

【数学的な考え方】

- 既習の図形の面積の求め方をもとにして、平行四辺形や三角形、台形、ひし形の面積の求め方を工夫して考えることができる。

【数量や図形についての技能】

- 平行四辺形や三角形、台形、ひし形の面積を求めることができる。

【数量や図形についての知識・理解】

- 平行四辺形や三角形、台形、ひし形の面積の求め方や、それらの面積は何によって決まるのかを、比例の考えと関連付けながら理解することができる。

② 単元の指導計画 (15時間扱い 本時13/15, 14/15)

時	目 標	学 習 活 動	主な評価規準
1 ・ 2	○ 平行四辺形の面積は、長方形に等積変形して、既習の求積公式を用いれば求められることを理解することができる。	・ 縦の長さが5cm、横の長さが6cmの長方形と、向かい合う辺の長さがそれぞれ5cmと6cmの平行四辺形の面積は、同じかどうかを調べる。	㊦ 既習の図形の面積の求め方をもとにして、平行四辺形の面積を工夫して求めようとしている。 ㊧ 平行四辺形を長方形に等積変形すれば面積が求められることがわかる。
3	○ 平行四辺形に関する「底辺」、「高さ」の用語とそれらの意味を理解し、それらを用いて求積公式をまとめ、面積を求めることができる。	・ 平行四辺形を、等積変形ではなく、計算で求める方法について考える。	㊨ 平行四辺形の求積公式を適用して面積を求めることができる。 ㊩ 平行四辺形の「底辺」、「高さ」の用語とそれらの意味や、平行四辺形の面積は「底辺×高さ」で求められることがわかる。
4	○ 平行四辺形の高さが、底辺の延長線上にあるときも、求積公式を用いて面積が求められることが理解できる。	・ 高さが、底辺の延長線上にある平行四辺形の面積の求め方について考える。	㊪ 平行四辺形の高さが底辺の延長線上にある場合の面積を、公式を適用して求めることができる。

5	○ 底辺の長さが一定の平行四辺形の高さとの面積の変わり方について考察し、面積は高さに比例しているということに気付くことができる。	<ul style="list-style-type: none"> 底辺の長さは変えず(6cm)、高さを1cmずつ高くしていくとき、高さとの面積の変わり方を表にしたり、式に表したりすることによって、面積は高さに比例しているかどうかについて考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 底辺の長さが一定の平行四辺形に関して、ともなうて変わる高さとの面積の関係を、式や表を用いて調べ、考察することができる。 底辺の長さが一定の平行四辺形では、面積は高さに比例するという理解することができる。
6	○ 三角形の面積は、倍積変形や等積変形して既習の求積公式を適用すれば求められることを理解する。	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の面積の求め方を考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 既習の図形の面積の求め方をもとにして、三角形の面積を工夫して求めようとしている。 既習の長方形や平行四辺形に倍積変形や等積変形して、三角形の面積の求め方を考えることができる。
7	○ 三角形に関する「底辺」、「高さ」の用語とそれらの意味を理解し、それらを用いて求積公式をまとめ、面積を求めることができる。	<ul style="list-style-type: none"> 三角形を、倍積変形や等積変形ではなく、計算で求める方法について考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の求積公式を適用して面積を求めることができる。 三角形の「底辺」、「高さ」の用語とそれらの意味や、三角形の面積は「底辺×高さ÷2」で求められることがわかる。
8	○ 三角形の高さが、底辺の延長線上にあるときも求積公式を用いて面積が求められ、三角形の面積は底辺と高さによって決まることが理解できる。	<ul style="list-style-type: none"> 高さが、底辺の延長線上にある三角形の面積の求め方について考える。 平行な2直線の間底辺の長さが等しく、高さが平行な2直線の距離と等しくなっている3つの三角形がありそれらの三角形の面積が等しいわけについて考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 三角形の高さが底辺の延長線上にある場合の面積を公式を適用して求めることができる。 三角形は、底辺と高さが等しければ、形が異なっても面積は等しいことを理解することができる。
9	○ 台形の面積は、倍積変形したり、三角形に分割したりして、既習の求積公式を用いれば求められることを理解する。	<ul style="list-style-type: none"> 台形の面積の求め方を考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 既習の図形の面積の求め方をもとにして、台形の面積を工夫して求めようとしている。 既習の平行四辺形に倍積変形したり、三角形に分割したりして、台形の面積の求め方を考えることができる。
10	○ 台形に関する「上底」、「下底」、「高さ」の用語とそれらの意味を理解し、それらを用いて求積公式をまとめ、面積を求めることができる。	<ul style="list-style-type: none"> 台形を、倍積変形したり、三角形に分割したりするのではなく、計算で求める方法について考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 台形の求積公式を適用して面積を求めることができる。 台形の「上底」、「下底」、「高さ」の用語とそれらの意味や、台形の面積は「(上底+下底)×高さ÷2」で求められることがわかる。

11 ・ 12	○ ひし形やたこ形四角形の面積を，既習の求積公式を適用するなど，工夫して求めることができ，求積公式を導くことができる。	<ul style="list-style-type: none"> ひし形の内積の求め方について考える。 たこ形四角形の内積の求め方について考えひし形の内積の求め方と比べてみる。 	<ul style="list-style-type: none"> Ⓔ ひし形やたこ形四角形の内積を，工夫して求めようとしている。 Ⓕ 既習の内積の求め方を利用して，ひし形やたこ形四角形の内積を求め，求積公式を導くことができる。
13 本 時	○ 底辺の長さが一定の三角形の高さと面積の変わり方や，高さが一定の三角形の底辺と面積の変わり方について考察し，面積は高さや底辺の長さに比例しているということに気付くことができる。	<ul style="list-style-type: none"> 底辺の長さは変えず(6cm)，高さを1cmずつ高くしていくとき，高さや面積の変わり方を表や式に表したりすることによって，面積は高さに比例しているかどうかについて考える。 高さは変えず(4cm)，底辺を1cmずつ長くしていくとき，底辺の長さや面積の変わり方を表や式に表したりすることによって，面積は底辺の長さに比例しているかどうかについて考える。 	<ul style="list-style-type: none"> Ⓖ 底辺の長さ(高さ)が一定の三角形に関して，ともなう変わる高さ(底辺の長さ)と面積の関係を，式や表を用いて調べ，平行四辺形のとくと比較しながら考察することができる。 Ⓖ 底辺の長さ(高さ)が一定の三角形では，面積は高さ(底辺の長さ)に比例するというこを理解することができる。
14 本 時	○ 前時の学習を踏まえ，台形やひし形においても，比例関係を見いだすことができることを知り，台形やひし形の内積は何によって決まるのかの理解を深めることができる。	<ul style="list-style-type: none"> 台形において，上底と下底の長さは変えず(2cm・6cm)，高さを1cmずつ高くしていくとき高さや面積の変わり方を表や式に表したりすることによって，面積は高さに比例しているかどうかについて考える。 ひし形において，一方の対角線の長さは変えず(8cm)，もう一方の対角線の長さを2cmずつ長くしていくとき，対角線の長さや面積の変わり方を表や式に表したりすることによって，面積は対角線の長さに比例しているかどうかについて考える。 	<ul style="list-style-type: none"> Ⓖ 上底や下底の長さが一定の台形や一方の対角線の長さが一定のひし形に関して，ともなう変わる高さやもう一方の対角線の長さや面積の関係を，表や式を用いて調べ，それらの2つの数量の关系到比例関係があることを考察することができる。 Ⓖ 台形やひし形の内積が，何によって決まっているのかについての理解を深めることができる。
15	○ 学習内容の理解を確認する。	<ul style="list-style-type: none"> まとめの課題に取り組む。 	(単元の評価規準4観点)

(6) 本時の指導について

① 指導の実際

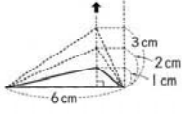
目標や評価規準については，(5)の通りである。

実際の授業では，次のようなワークシートを用いて指導を行った。

【 13/15の授業で使用したワークシート】

名前 (_____)

1 右のように、三角形の底辺は変えないで、高さを変えていきます。高さや面積の変わり方を調べましょう。



(1) 下の表を完成させましょう。

(2) 上の表を見て、面積はどのように変わっていると言えますか。

.....

.....

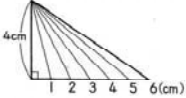
.....

(3) 高さを○(cm)、面積を△(cm²)として、○と△の関係を、式に表しましょう。

.....

.....

2 右のように、直角三角形の底辺を長くしていきます。



(1) 横の長さを□cm、面積を●cm²として、□と●の関係を式に表しましょう。

.....

.....

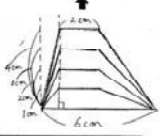
(2) 面積が16 cm²になるのは、底辺が何cmのときでしょう。

.....

【 14/15の授業で使用したワークシート】

名前 (_____)

1 右のように、台形の上底と下底の長さは変えないで、高さを変えていきます。高さや面積の変わり方を調べましょう。



(1) 下の表を完成させましょう。

(2) 上の表を見て、面積はどのように変わっていると言えますか。

.....

.....

.....

(3) 高さを○(cm)、面積を△(cm²)として、○と△の関係を、式に表しましょう。

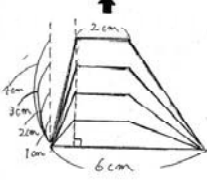
.....

.....

(4) なぜ、このような変わり方をするのだと思いますか。図と関連付けながら考えてみましょう。

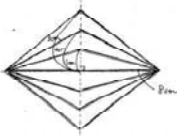
.....

.....



名前 (_____)

1 右のように、ひし形の一方の対角線の長さは変えないで、もう一方の長さを変えていきます。もう一方の対角線の長さや面積の変わり方を調べましょう。



(1) 下の表を完成させましょう。

(2) 上の表を見て、面積はどのように変わっていると言えますか。

.....

.....

.....

(3) もう一方の対角線の高さを○(cm)、面積を△(cm²)として、○と△の関係を、式に表しましょう。

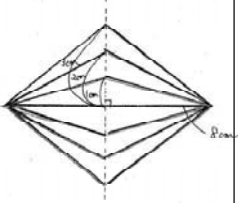
.....

.....

(4) なぜ、このような変わり方をするのだと思いますか。図と関連付けながら考えてみましょう。

.....

.....



13/15と14/15の授業は、同じような流れで行った。以下に、13/15の授業の流れを示す。

【準備・資料】

①課題の文と図（掲示用） ②ワークシート ③自己評価カード

【指導の流れ】

時間	学習内容・活動 (①教師の発問, ②児童の反応)	準備 資料	指導・援助の留意点及び評価
5	1 本時の課題をとらえる。 底辺の長さが一定の三角形の、高さと面積の変わり方について調べよう。	① ②	<ul style="list-style-type: none"> 本時は、面積を求めるだけではなく、面積は何の長さが決まれば決まるのかについて考えていく授業であることを伝える。 平行四辺形の面積の際にも同様のことを考察したことを思い出した児童がいた場合は、そのときはどうだったのかを、学級全体で確認する。
15	2 表を完成させ、その表から高さ と面積の変わり方を考察する。 (1) ワークシートの①の課題に取り組む。 (2) 隣の席の児童と自分の考えを伝え合い、 疑問点があれば質問し合ったり、意見を 聞いた感想を伝え合う。 ① まずはじめに、①の課題を考えていき ます。表の一番左の言葉がありませんが、 どんな言葉が入りますか。 ② 上の段が「高さ」で、下の段が「面積」 だと思います。 ③ 言葉だけではなくて、単位も()の 中に書いておいたほうが良いと思います。 ----- 【出された児童の考え】 ----- (2) 面積はどのように変わっていると 言えるか。 ア 高さが2倍、3倍、…になると、 面積も2倍、3倍、…になっている。 イ 3cm ² ずつ増えている。 (3) 高さを○cm、面積を△cm ² として、○と △の関係を式に表しましょう。 ア △=6×○÷2 イ △=3×○	②	<ul style="list-style-type: none"> 何について考察するのかを児童自身が把握した上で課題を取り組ませたいので、表の一番左に書く言葉をあえて空欄にする。 自分一人の力で表に表すことができない児童は、いたとしても数名であると考えられるため、そのような児童には個別に対応する。 式は、いくつかの形が挙げられると予想されるが、ここでは式に表すことが最終的な目的ではないので、その式が比例の形の式($y = ax$)になっていなくても、深く触れないようにする。
10	3 考えを発表し合い、三角形の面積 は高さに比例していることを理解す る。 ① 底辺の長さが一定だったら、三角形の 面積は何が決まれば決まるということが わかりましたか。 ② 高さが変わると面積も変わったので、 高さが決まれば面積も決まると思います。 ③ 平行四辺形のときも同じようでした。	②	<ul style="list-style-type: none"> 児童の発言の中から「比例」という言葉が出てくるように、場合によっては意図的に指名し発表させる。 式については、「ある一つの式だけが正しくて、それ以外は正しくない」ということではないので、意味があっていればよいものとする。しかし、児童の中から「～なので、こちらの式の方がいいと思う」というような意見が出た場合には、学級全体で考えていきたい。

<p>10</p> <p>4 練習問題に取り組む。</p> <p>(1) ワークシートの②の課題に取り組む。</p> <p>(2) 答えを確認する。</p> <p>(3) 三角形の面積は、何によって決まるのかについて考える。</p> <p>① ①の課題でやったことを踏まえて、今度は高さを変えないで、底辺の長さを変えていくとどうかについて考えていきます。(1)の課題がよくわからない人は、表を自分でかいて考えてみましょう。</p> <p>----- 【出された児童の考え】 -----</p> <p>(1) 底辺の長さを□cm、面積を●cm²として、□と●の関係を式に表しましょう。</p> <p>ア ●=□×4÷2</p> <p>イ ●=□×2</p> <p>(2) 面積が16cm²になるときの、底辺の長さを求めましょう。</p> <p>ア (1)で出された式を使い、計算で8cmと求める。</p> <p>イ 自分で表をつくり、その表をかき進めていくことで8cmと求める。</p> <p>5</p> <p>5 本時のまとめをし、次時の学習内容を知る。</p> <p>(1) 本時の学習で、何がわかったのかについて、学級全体で確認する。</p> <p>(2) 次時は、台形やひし形について同様のことを考察することを知らせる。</p> <p>① 今日の授業では、どのようなことがわかりましたか。</p> <p>◎ 以前学習した「比例」という言葉は、いろいろな単元で出てくるなと思いました。</p> <p>◎ 平行四辺形の時と同じように、三角形でも比例の関係が言えることがわかりました。</p>	<p>②</p> <ul style="list-style-type: none"> ・式に表すことにつまずいている児童がいたら、表に表してみるように助言する。 ・(2)の課題につまずいている児童がいたら、(1)の式を使うといいのではないかと助言する。 ・(2)で、式を用いずに、表をかくことによって求める児童も少なくないと考えられるので、式を使って求めるよさについて触れるようにしたい。 ・本時の授業を通して、三角形の面積は、底辺の長さとおさえ、長方形や正方形のように、辺の長さで決まるのではないことを確認する。 <p>③</p> <ul style="list-style-type: none"> ・数名の児童を指名し、本時の授業で何がわかったのかを発表させ、学級全体で共有したい。 ・次時は、本時の学習内容と深く関わっているため、授業後には、ワークシートや自己評価カードにしっかり目を通し、次時の授業につなげていくようにする。 	<p>① (知識・理解)</p> <p>底辺の長さが一定の三角形では、面積は高さに比例するというを理解することができたか。(発表・ワークシート)</p> <p>② (数学的な考え方)</p> <p>底辺の長さ(高さ)が一定の三角形に関して、ともなって変わる高さ(底辺の長さ)と面積の関係を、平行四辺形のとときと比較しながら考察することができたか。(ワークシート・自己評価カード)</p>
--	--	---

指導の結果と分析 (【資料2】【資料3】参照)

第5学年では、比例に関しては、表を中心に扱い「一方が2倍、3倍、4倍、…になれば、それにとまって他方も2倍、3倍、4倍、…になる」という特徴やきまりについて理解することを指導の中心にしている。そのことから、今回の実践では、式に表すことも行ったが、「 $y = a x$ 」の形にまとめることはせず、求積公式から○や△を用いた式を導けることを指導の中心に置いた。しかし、これから算数・数学を学んでいく上で、式と図形を関連付けて考察することは必要だと考え、台形とひし形の際には、そのような活動も取り入れた(ワークシートの最後の(4)の設問)。

その結果、ほとんどの児童は、表や式に表すことができた。また、表を見てともなって変わる2つの数量が比例関係にあることに気付くことができた。しかし、式と図を関連付けて考えることは難しかったようで、多くの児童がつまづいていた。これは、そのような活動をした経験があまりないことや、複雑な形をした図形の面積を求めることに課題があることに原因にあると考えられる。

児童の授業後の感想を見ると、多くの児童が図形と比例の学習が関連していることに気付いたことがわかる。また、算数の学習は様々な学習が関連し合っていることであらためて気付いた様子もうかがえた。

このような指導の結果より、本実践では、次のようなことが明らかになったと言える。

- ・ 図形の面積を指導する際には、公式を用いて面積が求められる力を伸ばすだけでなく、「その図形の面積は何によって決まるのか」ということを合わせて指導が大切であり、その方法の一つとして「比例」の学習と関連付けて指導することが有効である。
- ・ 数学的活動の中の思考活動を積極的に取り入れていくことが、考える楽しさや理解が深まる楽しさを味わうことにつながる。
- ・ 第5学年で「比例」という言葉を定義し、そのような見方や考え方を他の領域にもあてはめて考えていくということから、比例の学習は学年のなるべく早い段階で行い、それ以降の学習でも比例の見方で様々な事象を見ていくことが大切である。
- ・ 比例の学習は、第5学年以降も継続していくので、他学年の指導内容との関わりに留意しながら指導する必要がある。
- ・ 関数の考えの学習は、すべての領域にかかわっていることなので、つねにそのような見方で教材を分析し、指導につなげていくことが、関数の見方を養う上で大切である。

5 成果と今後の課題

「児童・生徒が数学的活動の楽しさを味わえるようにするには、どのような教材を組織し、指導したらよいか」というテーマに基づき、小学校第5学年の「四角形と三角形の面積」の指導において、「比例」の学習と関連付けた実践を行った結果、次のようなことが明らかになったと考える。

- ・ 一つの単元の指導をする際、他の単元との関連を意識して指導することが、児童の理解を深めることにつながる。
- ・ 関数の考えはすべての領域にかかわることであり、また算数・数学においてとても大事な考えであるので、どの単元においてもそのような見方で教材を分析し、指導につなげていくことが大切である。
- ・ 第5学年では「比例」の学習をするが、早い段階で指導することが、その後の学習内容の理解を深めることにつながる。
- ・ 思考活動という数学的活動を積極的に取り入れていくことが、考える楽しさを味わうことや確かな理解につながる。

また、以下のようなことが課題として残ったため、継続して研究を進めていきたいと考える。

- ・ 比例関係を式に表す指導において、第5学年ではどのように行っていったらよいかの研究を進めていきたい。
- ・ 関数の考えの中の「比例」に関する指導が、他の学年の指導内容とどのように関連しているのかを詳しく分析し、指導につなげていきたい。

6 参考文献

- ・ 文部科学省「小学校学習指導要領解説 算数編」東洋館出版社（2008.8.31）
- ・ 文部科学省「中学校学習指導要領解説 数学編」東洋館出版社（2008.9.25）
- ・ 根本博「数学教育の挑戦」東洋館出版社（2004.10.11）
- ・ 根本博「数学的活動と反省的経験」東洋館出版社（1999.12.24）
- ・ 杉山吉茂「初等科数学科教育学序説」東洋館出版社（2008.2.1）
- ・ 教大研「研究資料 VOL.51 No. 2」（2011.7.10）