

研究主題 数学的な思考力・表現力を育てる算数科学習指導の在り方
— 小学校第4学年「面積」における図と式を双方向から関連付ける活動を通して —

龍ヶ崎市立城ノ内小学校 教諭 浅野 真由美

研究の概要及び索引語

小学校算数科では、数学的な思考力・表現力を育てるために、図や式などを用いて、考えたり説明したりする学習活動を充実させることが大切である。本研究では、第4学年「面積」において、「図から式に表す活動」と「式から図に表す活動」の図と式を双方向から関連付ける活動を通して、数学的な思考力・表現力を育てる算数科学習指導の在り方について追究した。

索引語： 小学校，算数，思考力・表現力，面積，図と式の関連

1 主題設定の理由

今日、PISA調査など各種調査から、思考力・判断力・表現力等の育成が課題として挙げられている。この課題を踏まえ、中央教育審議会答申（平成20年1月）（以下「答申」という。）では、「数学的な思考力・表現力を育て」ることが、算数科、数学科の改善の基本方針として示されている。また、小学校学習指導要領解説算数編（平成20年8月）（以下「解説」という。）に「考える能力と表現する能力とは互いに補完しあう関係にあるといえる。」と示されている。そして、数学的な思考力・表現力を育てるために、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて考えたり、自分の考えを説明・表現したりする学習活動の充実が大切であることが述べられている。これらのことから、図や式などを用いて、考えたり説明したりすることを通して、数学的な思考力・表現力を育てることが大切であると考えられる。

本学級児童の実態調査（平成24年9月14日実施、第4学年1組28人）において、三角形の弁別についての問題では、図形の構成要素に着目して考え、根拠を説明することができない児童は14人であった。また、図と式を関連付けて考え説明する問題では、図と式の両方を用いた児童は8人、図と式の一方のみを用いた児童は14人、誤答は5人、無答は1人であった。これらのことから、図と式を関連付けて考えることや、根拠を明らかにして説明することが課題であると捉えた。これまでの指導を振り返ると、考えたことを図や式に表し、発表させるに止まり、図や式を関連付けて考えることや、説明したことを基に考えを深めることが不十分であった。

そこで、本研究では、「複合図形の内積」において、図と式を双方向から関連付ける活動を手立てとする。はじめに、複合図形について、求積方法を表す図を基に考え、式に表す活動を行う。次に、前の活動とは逆に、面積を表す式を基に考え、図に表す活動を行う。どちらの活動においても、自力解決の後に、

同じ考えをもった児童同士でグループを作り説明し合う。その後、全体でそれぞれの考えの共通点と相違点について比較検討する。これらの活動の結果、図と式を相互に関連付けて考えることや根拠を明らかにして説明することができ、数学的な思考力・表現力を育てることができると考え、本主題を設定した。

2 研究のねらい

小学校第4学年「面積」における図と式を双方向から関連付ける活動を通して、数学的な思考力・表現力を育てる算数科学習指導の在り方を追究する。

3 研究の仮説

小学校第4学年「面積」において、図と式を双方向から関連付ける活動を行えば、図と式を相互に関連付けて考えることや根拠を明らかにして説明することができるようになり、数学的な思考力・表現力を育てることができるであろう。

4 研究の内容

(1) 基本的な考え方

ア 数学的な思考力・表現力について

答申では、数学的な思考力・表現力の育成を改善の基本的な考え方の一つとして示している。そして、解説では、「考える能力と表現する能力とは互いに補完しあう関係にあるといえる。」とあり、「自分の考えを表現することで、筋道を立てて考えを進めたり、よりよい考えを作ったりできるようになる。」と示されている。また、筋道を立てて考えることについては、「根拠を明らかにしながら、一歩ずつ進めていくという考えである。」と示されている。さらに、教育調査研究所研究部長である小島宏氏は、『小学校算数「数学的な考え方」をどう育てるか』の中で、「解決の過程で、児童が自分の思考を図や言葉、操作、式で簡潔、明瞭に表しているときに『数学的な考え』が育っている」と述べている。

これらのことから、本研究では、数学的な思考力・表現力を、自分の考えを図や式で表し、根拠を明らかにして説明することができる力と捉える。

イ 目指す児童が育つ過程

本研究では、数学的な思考力・表現力が育つ過程を図1のように捉えた。

面積の定義や長方形の求積公式を学習した後、まず図から式に表す活動を行う。この活動を通して、

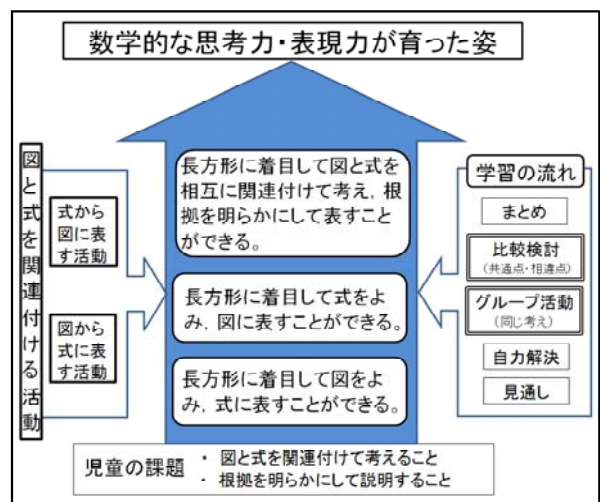


図1 数学的な思考力・表現力が育つ過程

複合図形の中の長方形に着目して図をよみ、図を根拠に式に表すことができるようになる。次に式から図に表す活動を行う。この活動を通して、面積を表す式の中の長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表すことができるようになる。どちらの活動においても、同じ考えの児童同士でグループをつくり説明し合い、全体で考えの共通点や相違点を比較検討する。

このような図と式を双方向から関連付ける活動を行うことで、長方形に着目して図と式を相互に関連付けて考えることや、根拠を明らかにして図や式に表すことができるようになり、数学的な思考力・表現力が育つと考える。

ウ 研究主題に到達した児童の姿

数学的な思考力・表現力が育った児童の姿を表1のような、三つのことができる児童と捉えた。

図から式に表す活動から、複合図形の中の長方形に着目して図をよみ、その図を根拠に式に表すことができると考える。また、式から図に表す活動から、面積を表す式の中の長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表すことができると考える。さらに、二つの活動を行うことで、身の回りの図形について、長方形に着目して図と式を相互に関連付けて考え、いろいろな図形の面積を根拠を明らかにして図と式に表すことができると考える。

表1 研究主題に到達した児童の姿

<p>【図 → 式】 長方形に着目して図をよみ、図を根拠に式に表すことができる。</p> <p>【式 → 図】 長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表すことができる。</p> <p>【図 ↔ 式】 長方形に着目して図と式を相互に関連付けて考え、根拠を明らかにして表すことができる。</p>

エ 図と式を関連付ける双方向からの活動について

複合図形の面積の扱いについては、通常は与えられた図形から式を考える学習を行い、面積を表す式から図形の形状を考える学習は行わない。そこで、本研究では、通常の学習の他に、式から図形の形状を考える学習を行う。

解説では、数学的な思考力・表現力を育成するためには、「根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすること」が重要であることが示されている。また、環太平洋大学長である中原忠男氏は、『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』の中で、数学的な表現様式について、現実的表現、操作的表現、図的表現、言語的表現、記号的表現の五つを挙げ、算数・数学の授業で活用しようとする場合、「ある表現様式から他の表現様式へと表し変えていくこと」が必要となるとし、異なる表現様式間において変換する活動が、数学的な思考力・表現力の育成に有効であることを述べている。

これらのことから、図的表現である図と記号的表現である式を、相互に関連付けて考え説明することは、数学的な思考力・表現力を育てるために有効であると考える。

(2) 主題に迫るために

ア 児童の実態

図2は、主題に関する実態調査の結果である。三角形の弁別についての問題では、図形の構成要素に着目して、正三角形，二等辺三角形，その他に弁別し，その根拠を説明することができない児童は14人いた。この誤答の中には，図形の定義を根拠としての弁別ではなく，直感的に弁別して説明している児童が多くいることが分かった。図と式を関連付けて考え説明する問題では，図と式を用いて考え説明できた児童は8人いた。図と式の一方のみを用いて説明できた児童は14人，誤答は5人，無答は1人，図と式を関連付けて考え，説明できない児童は合わせて20人いることが分かった。

以上のことから，図と式を関連付けて考え，根拠を明らかにして説明することをできるようにし，数学的な思考力・表現力を育てる必要があると考える。

イ 図から式に表す活動

図3は，複合図形の求積方法について図を基に考え，式に表す活動の流れを表したものである。まず，長方形に着目して，分割や合成を考え，図に表す。図に表しにくい児童には資料1のような操作キットを用意し，切ったり組み合わせたりして面積の式を考えさせる。次に，図の中の長方形の面積を乗法の式に表し，面積の求め方を考え，式に表す。そして，話し合いをリードできる児童が入るように配慮しながら，男女4人程度の同じ考えの児童同士でグループを編成する。自分の考えを説明し合うことで，考えを見直したり，より分かりやすいものにしたたりしながら，図と式を関連付けて考える。最後に，全体で各グループの考えを発表し合い，共通点と相違点について比較検討する。このようにして，図から式に表す活動を行うことで，長方形に着目して図をよみ，図を根拠に式に表すことができるようにする。

ウ 式から図に表す活動

図4 (p.5) は，面積を表す式を基に複合図形を考え，図に表す活動の流れを表したものである。まず，式の中の二つの長方形に着目して，式を基に長

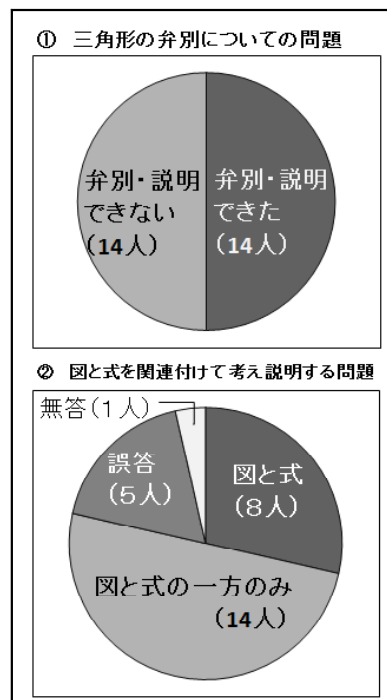


図2 主題に関する実態調査
(平成24. 9. 14実施 龍ヶ崎市立城ノ内小学校第4学年1組28人)

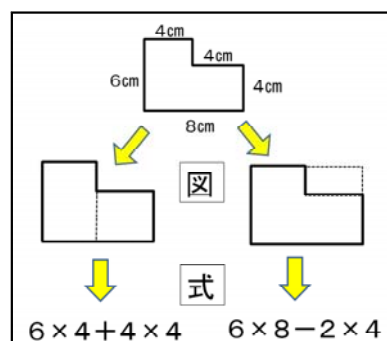
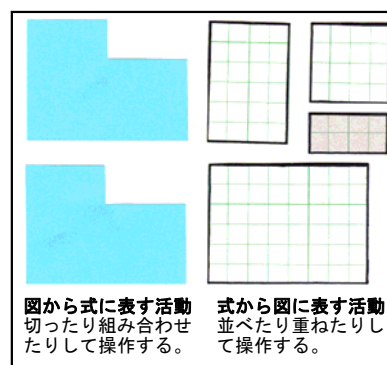


図3 図から式に表す活動

資料1 操作キット



方形の分割や合成を考え、図に表す。図に表しにくい児童には操作キットを用意する。そして、同じ考えの児童同士でグループを編成し、自分の考えた図形を説明し合いながら、長方形が式のどの部分を表しているのかを考える。最後に、児童が考えた様々な図形の共通点と相違点について全体で比較検討する。このようにして、式から図に表す活動を行うことで、長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表すことができるようにする。

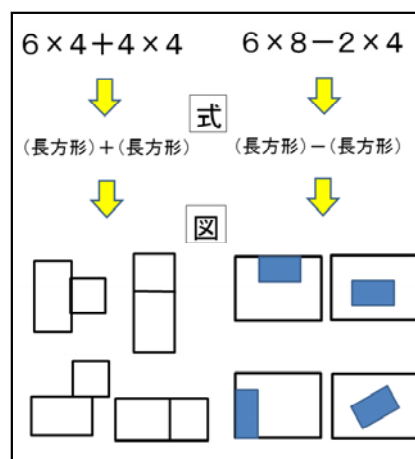


図4 式から図に表す活動

さらに、これら二つの活動を行うことで、長方形に着目して図と式を相互に関連付けて考え、根拠を明らかにして表すことができるようになり、数学的な思考力・表現力が育つと考える。

(3) 授業実践

ア 単元「面積」の指導計画（13時間扱い）

小 単 元 等		授 業 時 間 数	
1	広さの表し方	2時間	13時間
2	面積の求め方	5時間	
3	大きな面積	6時間	

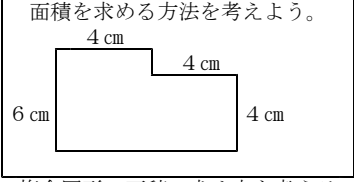

時間	学習活動	評価規準 (評価方法)			
		算数への関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての技能	数量や図形についての知識・理解
3	・長方形や正方形の面積を求める公式を考える。		◎長方形や正方形の面積を計算で求める方法を考えている。(観察・ノート)		◎長方形や正方形の求積公式を理解している。(ノート)
4	・長方形や正方形の求積公式を活用し、長方形の一方の辺の長さを求める。 事前調査			◎長方形の面積と一方の辺の長さからもう一方の辺の長さを求めることができる。(練習問題)	
5 6 本時	・複合図形の求積方法を考え、説明する。 ・複合図形の形状を考え、説明する。 事後調査	◎進んで求積方法や図形の形状を考えたり説明したりしようとしている。(観察)	◎長方形に着目して図をよみ、図を根拠に式に表している。(観察・ワークシート) ◎長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表している。(観察・ワークシート)		
7	・身の回りにあるいろいろな形の面積を調べる。	◎面積を調べることを進んで活用しようとしている。(観察)	◎いろいろな形の面積を図や式に表している。(観察・ワークシート)		

イ 本時の指導

(ア) 本時の目標

- ・長方形に着目して図をよみ、図を根拠に式に表すことができる。
- ・長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表すことができる。

(イ) 展開

時	学 習 活 動 ・ 内 容	指 導 上 の 留 意 点 ・ 評 価
第 5 時	<p>1 学習問題①を提示する。 面積を求める方法を考えよう。</p>  <p>2 複合図形の面積の求め方を考える。 (1) 長方形に着目して図形に補助線等をかき込み、図に表す。 (2) 図の考え方を式に表す。</p> <p>3 グループで説明し合う。 (1) 自分の考えを説明する。 (2) 自分の考えを見直す。</p> <p>4 全体で比較検討する。 (予想される反応例) ・二つに分ける ・三つに分ける ・補充 ・等積変形 ・倍積変形</p> <p>5 学習のまとめをする。  のような形でも、長方形をもとに考えれば、面積を求めることができる。</p>	<p>・複合図形と 1 cm^2 マス目の透明シートを活用し、面積が 40 cm^2 になる見当をもたせる。 ・長方形や正方形ではない図形なので公式は使えないことを投げかけ、長方形に変形する方法に意識を向ける。</p> <p>・操作キットを二つ用意し、操作しながら考えるように指導する。また操作したことを図に表すように助言する。 ・長方形に着目して、補助線等のかき込みをした図に合わせた式を考えるように指示する。</p> <p>・同じ考えの児童同士で4人程度のグループを作り、移動黒板に示す。また、司会シートを用意し、より分かりやすい説明になるように意見を交換し合うことを指示する。 ・グループ内で司会をたて、全員に説明の機会を確保する。 ・自力解決で図や式に表せなかった児童には、分からない点も説明させ友達の意見をj得て図や式に表すように助言する。 ・各グループの考えを発表させる。 ・式が図のどの部分を示しているのか確認する。 ・補充の式は、大きな長方形の面積から小さな長方形の面積を引いていることを確認する。 ・考えが伝わりにくいときには、ペアで考えを説明し合う活動を取り入れる。 ・共通点と相違点について話し合い、考えをグループ分けする。その際等積変形と倍積変形は使えないときもあることを押さえる。 ・共通点を考える際に、図と式から長方形に気付かせる。</p> <p>・児童の言葉を使って、複雑な図形は、面積の公式が使える長方形にして求めることを確認する。また、この方法を使えば、いろいろな形の面積を求められることを押さえる。</p> <p>(評価) 長方形に着目して図をよみ、図を根拠に式に表している。 (ワークシート・観察、考え方)</p>
第 6 時	<p>6 学習問題②を提示する。 面積を表す式から図形を考えよう。 ア $6 \times 4 + 4 \times 4$ イ $6 \times 8 - 2 \times 4$</p> <p>7 問題を選択し、図形の形状を考える。 (1) 式に表された長方形に着目し、合成した考えを図に示す。 (2) 図に示した考えを図形に表す。</p> <p>8 グループで説明し合う。 (1) 自分の考えを説明する。 (2) 自分の考えを見直す。 (予想される反応例) ・ア：ずらす。 ・ア：ずらして長方形にする。 ・イ：長方形を辺上に動かす。 ・イ：長方形を辺上から離す。</p> <p>9 全体で比較検討する。 (1) アの図について、共通点と相違点を話し合う。 (2) イの図について、共通点と相違点を話し合う。 (3) アとイの図について共通点と相違点を話し合う。</p> <p>10 学習のまとめをする。 次のことに気を付けて、面積を表す式から図形を考えよう。 ○×△ 長方形の面積 □+□ 並べる □-□ 重ねる</p>	<p>・前時で話し合った考えを図に表したものを提示し、イメージをもたせる。式から分かることを確認し、見直しをもたせる。 ・本時は、式から逆にいろいろな図形を考える学習であることを確認する。</p> <p>・操作キットを用意し、操作しながら長方形の合成の仕方を考え、図に示すように指示する。 ・二つ目からは、図形を予想してから、操作キットや図で確かめるように指示する。</p> <p>・同じ考えの児童同士で4人程度のグループを作り、移動黒板に示す。 ・司会シートを用意し、より分かりやすい説明になるように意見を交換し合うことを指示する。 ・グループ内で司会を立て、全員に説明の機会を確保する。 ・自力解決が十分でない児童には、分からない点も説明させ、友達の意見をj得て図形に表すように助言する。</p> <p>・各グループの考えを操作キットを活用して発表させる。 ・図が式のどの部分を示しているのか確認しながら、長方形に着目させる。 ・考えが伝わりにくいときには、ペアで考えを説明し合う活動を取り入れる。 ・長方形の合成の仕方の共通点と相違点について話し合い、考えをグループ分けする。 ・(3) の話し合いから式のよみ方を導き出し、式から図へと関連付ける。</p> <p>・児童から出た言葉を使って、かけ算は長方形の面積、たし算は並べること、ひき算は重ねることを表す式であることを確認する。また、式をよむときには乗法、加法、減法に着目することを押さえる。</p> <p>(評価) 長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表している。 (ワークシート・観察、考え方)</p>

ウ 授業の記録

抽出した児童	全体の様子		
	児童A	児童B	児童C
抽出した児童	児童A 長方形に着目し、図と式を関連付けて説明することができる。 児童B 長方形に着目し、図や式で自分の考えを表現することができる。 児童C 長方形に着目することが難しく、自分の考えを図や式に表現することができない。		
学習の流れ	全体の様子		
1 課題把握①	・透明シートで面積の見当をもつ。 ・ 長方形の求積公式 に着目。	・マス目を正しく図形に当て面積を捉える。 ・ 求積公式 を発言。	・ 長方形を二つかく動作 をする。 ・ たて×横に長方形と反応 する。
2 自力解決	・キットを操作して考える児童が多い。 ・操作キットを使って考えたことを13人が 図と式 に、12人は 図 のみに表す。	・図形に 補助線 を引き分けてたずと書き込む。 横二つに分ける 考えを 図と式 に表す。 ・ 補充の考え に気が付け足す。	・操作キットを折って 長方形を作り 、三つに分ける考えからたて二つに分ける考えに変え、 図と式 に表す。 ・操作キットを折って 長方形を作る 。 ・三つに分けて 図 をかき、そこに 長方形、正方形 と表す。式はかけない。
3 グループ活動	・考えを見直したり、説明を付け足したり、式に表したりする。 【グループ編成】 ・三つに分ける ・横二つに分ける ・横二つに分ける ・補充、等積、倍積	・ 補充の考え を 図 を指しながら簡潔に説明する。 ・二つの長方形に縦と横の長さを書きながら、 式の作り方 を友達に説明する。	・友達の説明を聞きながら考える。 ・式の間違いに気が付き、書き直す。 ・式の質問に答え、 式 に付け足しをする。 ・ 正方形と長方形に分けることを説明 するが 式は分からない 。 ・友達の助言を基に 式 を考える。 ・発表シートに 図と式 をかく。
4 比較検討	・五つの考えを聞き合う。 ・二つに分ける 考え ・三つに分ける 考え ・補充の 考え （ペアで確認） ・倍積変形の 考え ・等積変形の 考え ・考えの違いを話し合いながら、 分割と補充 にグループ分けをする。 ・ 等積と倍積 は使えない場合を知る。 ・共通点を話し合う。 ・ 式（かけ算、たて×横） ・ 図（長方形） ・参考になった友達の考えをワークシートにかく。	・ 補充の考え を発表する。 長方形があるとなし、図を指さしながら式の説明 をする。 ・倍積では、操作キットを使って 長方形と予想 するが、 長方形にならない ことに気付く。 ・ たて×横から長方形 と発言する。 ・ 図の中の長方形に気付き、たて二つに分ける考え をかく。	・二つに分ける 考え を発表する。図の中の 長方形と正方形 を指しながら 説明 する。 式と図 を赤ペンで結び付ける。 ・違いを 考え 、ハンドサインを示す。 ・操作キットを使って 倍積や等積 が使えない場合を確認する。 ・ 式に着目し 、共通点を かけ算 と発表。 ・ 図の中の長方形を見付け 、 補充の考え をかく。 ・説明を聞きながら 式と図の関連 を考える。 ・ 補充の考え をペアで説明し合ったときに理解する。 ・ 補充の考え を「 つける 」と表現する。 ・ 倍積と等積 が使えない場合をキット操作で考える。 ・友達の発言を聞き、共通点を かけ算 と発表。 ・ 図の中に長方形を見付け 、 補充の考え をかく。
5 学習のまとめ	・凸型と凹型の面積の求め方を 図 は全員、 式 は凸型25人凹型23人かく。 ・複合図形の面積を求める考え方を振り返る。	・凸型は二つに分け、凹型は補充で 図と式 に正しく簡潔に表す。 ・凸型は 分割 、凹型は 補充 が簡単でよい。	・凸型は三つに分け、凹型は三つに分けて 図と式 に正しく表す。 ・ 補充の考え は、 どんな図形にも使える 。 ・補充の図に 長方形を見付け る。 ・凸型は二つに分け、凹型は縦に三つに分けて 図と式 に表す。 ・ 長方形にするために分ける とよい。
6 課題把握②	・キット操作からイメージをつかみ、取り組む式を選択	・複合図形から 長方形二つを見付け る。	・分割の図に 6×4 、 加法 を見付け
7 自力解決	・キットを操作し、ワークシートに並べ、写し取っている児童が多い。 ・26人が操作キットを基に図をかく。	・イの問題を選択し、 真ん中に重ねる考え を 図 に表す。 ・二つ目は、キットの操作なしで、 端に重ねる図 を表す。	・アの問題を選択し、操作キットを動かしながら、 ずらした図形 を次々に考え、ワークシートに写す。 ・アの問題を選択し、周りの友達を見ながら、キットをいろいろと動かし考え、 長方形 をつくる。
8 グループ活動	・司会を中心に、司会シートを使って話し合う。 ・質問や意見を交換し、分からない友達に説明する。 【グループ編成】 ・（問題ア） ずらす 、 長方形端、真ん中 ・（問題イ）	・ワークシートを提示しながら 端や真ん中に重ねた図 を説明する。 ・ たて×横 に合わせた式に直す。	・ 操作キットでずらした図 を説明する。 ・図がかけない友達にキットを並べて説明する。 ・ワークシートとキットで説明する。 ・ 図と式を結び付け 、ワークシートを見直す。
9 比較検討	【アについて】 ・図の説明 ・相違点 ・共通点 【イについて】 ・図の説明 ・相違点 ・共通点 【アとイについて】 ・共通点 ・相違点	・共通点や相違点の意見を考え、ハンドサインをすぐに示す。 ・ 直線の辺で囲まれていることから、長方形とそうでない違い を発言する。 ・相違点について 青の長方形の向きが変わると式も変わると説明 する。 ・共通点を 長方形が二つと即答 する。 ・式の中にも 長方形があることに気付く 。 ・反例から、 図の大小関係 を考える。 ・イ：端に重ねる考えを 長方形の向き を考えて 図と式 に表す。	・図形の 辺の違いに着目 し、相違点を説明する。 ・共通点は 長方形と正方形 の意見に対し賛成する。 ・イの図の相違点を考える。 ・共通点は 二つの長方形 という考えに賛成を示す。 ・ 反例から、図の特徴 に気付く。 ・ 乗法と長方形 を関連付ける。 ・ア： 長方形の考え
10 学習のまとめ	・ 数式や言葉の式を表す図 を考え、全員表現する。 ・大小関係の間違いが1人。 ・複合図形の面積を求める方法について考え方を振り返る。	・ 数式の数字の長さ に合わせて作図する。 ・ 加法は、重ねない、離さない 。減法は、 小さい方に重ねない 。つなげない。	・ 図と式を結び付け ながら、作図する。 ・ 式にも長方形を表す数字 がある。6×4は長方形、4×4は正方形。 ・ つける、重ねる、大小関係 を考える。 ・減法では、 大きい長方形に小さいほうを重ねる 。加法は、 重ねない、離さない 。

ゴシック文字は数学的な思考力・表現力に関わる場面

(4) 授業の分析と考察

ア 図から式に表す活動について

表2は、検証授業の中のどの場面で図と式を関連付けることができたかの実態である。グループ活動では、分割や補充、等積・倍積変形などの方法で考え、図と式を関連付けることができた児童は4人から19人になった。自力解決で何もかけなかった児童も長方形に着目し、分割や等積変形の考えを図と式で説明することができた。比較検討では、資料2のような補充の考えから図を根拠に「長方形があるとみなす」考えをもつことができ、共通点の比較検討で長方形を図や式の中から見いだすことができた。振り返りの記述を表3に示す。全員が長方形に着目した記述をした。長方形にするための分割や合成の方法に着目した記述は11人、見いだした長方形の立式方法に着目した記述は5人であった。図の中の長方形に着目し、図を根拠に式に表す方法を考えることができた。

以上のことから、図から式に表す活動は、長方形に着目して図をよみ、図を根拠に式に表すことができるようにするために有効であった。

イ 式から図に表す活動について

グループ活動では、全員が式から図をかくことができた。しかし、式をよみ関連付けて図に表す児童は5人であった。比較検討では、資料3のように式を基に考えた多様な図形をグループ分けすることによって、分割と補充の共通点は、「二つの長方形、かけ算」、相違点は「長方形を合わせる、たし算」と「長方形を重ねる、ひき算」であると考えることができた。また、図と式を根拠に、長方形の向きによって式も変わることや、長方形の大小関係にも着目できた。図と式を関連付けることができた児童は5人から28人全員になった。振り返りの記述を表4に示す。全員が長方形に着目して、式から図に表した。式のよみ方についての記述は17人、長方形の大小関係の記述は10人、式と図の関係についての記述は3人、図の特徴を捉えた記述は2人であった。面積を表す式の中から長方形を見だし、たし算やひき算に着目して、式を根拠に長方形の分割や合成の仕方を考えることができた。

以上のことから、式から図に表す活動は、長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表すことができるようにするために有効であった。

表2 図と式の関連付けの実態
(数字は人数、()内は累積人数)

	図→式	式→図
自力解決	4 (4)	0 (0)
グループ	15 (19)	5 (5)
比較検討	9 (28)	23 (28)
まとめ	0 (28)	0 (28)

資料2 図から式に表す活動

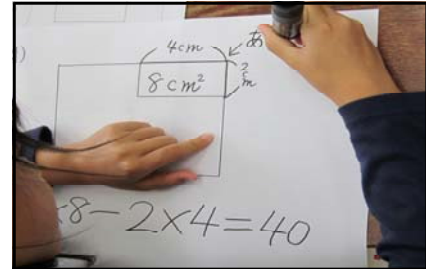


表3 振り返りの記述【図→式】

長方形の着目の仕方	人数 (人)
形のみ	12
分割や合成の方法	11
立式方法	5

資料3 図のグループ分けの様子

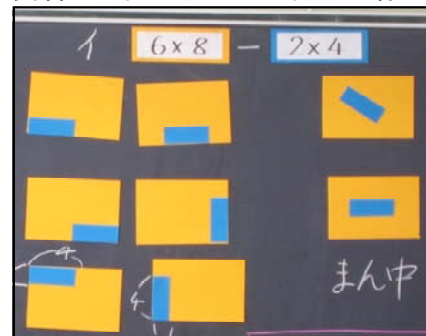


表4 振り返りの記述【式→図】
(複数回答)

長方形の着目の仕方	人数 (人)
式のよみ方	17
長方形の大小関係	10
式と図の関係	3
図の特徴	2

ウ クラス全体の変容

表5は、主題に関する変容である。事前調査は第4時授業後に図形の周の長さについての問題で、事後調査は第6時授業後に図形の面積についての問題で行った。長方形に着目して図をよみ根拠を示して式に表す児童は、10人から27人に増えた。長方形に着目して式をよみ根拠を示して図に表す児童は、7人から21人に増えた。さらに、28人全員が、身の回りの図形から言葉の式に合う複合図形を見付け、長方形に着目して図と式に表すことができた。また、資料4のように長方形に着目して言葉の式を考え、身の回りの図形の面積を図と式に表した児童は17人であった。まとめでは、三つの数字の積 $\bigcirc \times \triangle \times \square$ とし、 \square は長方形のいくつ分とし、別の式に表すことができた。身の回りの図形から長方形に着目し、図と式を相互に関連付けて考え、図形の面積の求め方を根拠を明らかにして図と式に表すことができた。

以上のことから、図と式を双方向から関連付ける活動は、長方形に着目して図と式を相互に関連付けて考え、根拠を明らかにして表すことができるようにするために有効であった。

エ 抽出児童の変容

資料5は、児童Aの変容の記録である。図から式に表す活動では、自力解決で補充の考えをつかみ、比較検討でその補充の考えをクラス全体に説明し、まとめで図形の形状に応じて考えた求積方法について図を用いて的確に表現することができた。式から図に表す活動では、自力解決で式を根拠に図を考えした後、比較検討で「たて×横」の公式と長方形の図の向きに着目し、式と図を関連付けて考えることができた。

資料6は、児童Bの変容の記録である。図から式に表す活動では、自力解決で分割の考えを表した後、比較検討で補充の考えを知り、まとめでどんな図形にも使えると振り返るこ

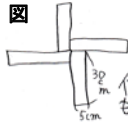
表5 主題に関する変容

(事前:平成24.10.31実施 事後:平成24.11.2実施 龍ヶ崎市立城ノ内小学校第4学年1組28人)

①図をよみ根拠を示して式に表す。(人)		
事前(周の長さ)	事後(面積)	
10	27	
②式をよみ根拠を示して図に表す。(人)		
着目した図形	事前:周	事後:面積
一つの長方形	22	28
二つの長方形	17	27
複合図形	7	21
③言葉の式から図と式に表す。(人)		
基となる言葉の式	事後	
(長方形) + (長方形)	28	
(長方形) - (長方形)	28	
自分で考えた式	17	

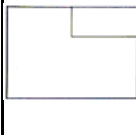
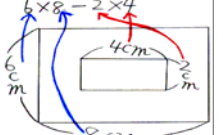
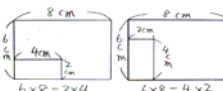
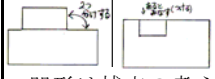
資料4 言葉の式から図と式に表した例

(長方形)+(長方形)+(長方形)+(長方形)

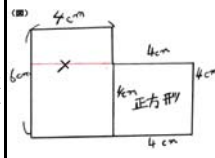
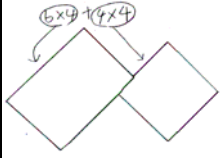
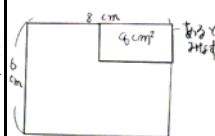
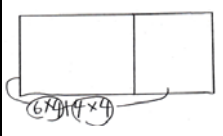
図  式 $30 \times 5 \times 4 = 600$

何×何×何×何×あるか、?式をつくらせてとめることができました。

資料5 児童Aの変容

	図から式に表す活動	式から図に表す活動
自力解決		
比較検討	補充の考えを 発表した	参考になった考え 
まとめ	 凹形は補充の考え がやりやすいが、凸 形は分割の考えがや りやすい。	式の中に+がある ときは二つの長方形 を重ねたり離したり しない。-があるとき は小さい方を下に 重ねたりつなげたり しない。

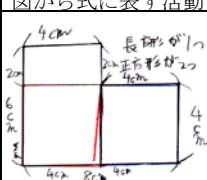
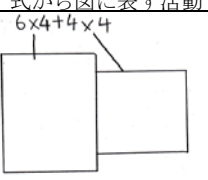

資料6 児童Bの変容

	図から式に表す活動	式から図に表す活動
自力解決		
比較検討	参考になった考え 	参考になった考え 
まとめ	へこんでいるところ を「あると見なす」 考えは、どんな図形 にも使えるのでとて もよい。	かけ算で長方形を 表すことができる。 $6 \times 4 + 4 \times 4$ なら 6×4 は長方形、 4 $\times 4$ は正方形になる。

とができた。式から図に表す活動では、自力解決で式から図を表した後、比較検討で乗法の式と長方形の図を関連付け、まとめて式でも長方形を表現できることや長方形の式と正方形の式の違いを考えることができた。

資料7は、児童Cの変容の記録である。図から式に表す活動では、自力解決で長方形に着目して図のみに表し、グループ活動で分割の考えを式に表し、まとめて図形を分割し長方形にすれば面積を求められると考えることができた。式から図に表す活動では、操作キットを使い図を表した後、比較検討で再び長方形に着目し、まとめて、加法は並べること、減法は重ねることを式と図を関連付けて考え、さらに、面積の大小関係を式から考えることができた。

資料7 児童Cの変容

	図から式に表す活動	式から図に表す活動
自力解決		
グループ・比較検討	<p>グループで式に表す</p> $\begin{aligned} 2 \times 4 &= 8 \\ 4 \times 4 &= 16 \\ 4 \times 4 &= 16 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 2 \times 4 \\ 4 \times 4 \\ 4 \times 4 \end{aligned}} \right\} 40$	<p>参考になった考え</p>  <p>面積が長方形、正方形に分けることか、ここから人に計算で5から</p>
まとめ	<p>長方形にするため、2つ分けや3つ分けにすればよい。</p>	<p>ひき算は、長方形の大きい方を上に小さい方を下に重ねる。たし算は、二つの長方形を重ねたり離したりしてはいけない。</p>

5 研究のまとめ

図と式を双方向から関連付ける活動を通して、数学的な思考力・表現力を育てる算数科学習指導の在り方を追究した結果、次のことが明らかになった。

- (1) 図から式に表す活動は、児童が、長方形に着目して図をよみ、図を根拠に式に表すことができるようになるために有効であった。
- (2) 式から図に表す活動は、児童が、長方形に着目して式をよみ、式を根拠に図に表すことができるようになるために有効であった。
- (3) 二つの活動は、児童が、長方形に着目して図と式を相互に関連付けて考え、根拠を明らかにして図と式に表すことができるようになり、数学的な思考力・表現力を育てるために有効であった。

6 今後の課題

- (1) 他の図形の面積や体積においても、図と式を双方向から関連付ける活動を行うことが、数学的な思考力・表現力の育成に有効であることを継続して研究したい。
- (2) 他の領域においても、図と式の関連付けが有効な場面について検証し、学習活動の工夫改善を図っていきたい。

〈引用文献〉

文部科学省 「小学校学習指導要領解説算数編」 平成20年8月

吉川成夫・小島宏編著 「小学校算数『数学的な考え方』をどう育てるか」 教育出版 平成23年8月

中原忠男著 「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」 聖文社 平成7年6月